



Sergio Gradella Villalva

Análise de Virabrequins Automotivos Utilizando Modelos Analíticos e Flexíveis

10/14

CAMPINAS
2014



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

Sergio Gradella Villalva

Análise de Virabrequins Automotivos Utilizando Modelos Analíticos e Flexíveis

Orientador: Prof. Dr. Marco Lúcio Bittencourt

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, na Área de Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico.

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL
DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO ALUNO SER-
GIO GRADELLA VILLALVA, E ORIENTADO PELO
PROF. DR MARCO LÚCIO BITTENCOURT


.....
ASSINATURA DO ORIENTADOR

**CAMPINAS
2014**

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

V711a Villalva, Sergio Gradella, 1985-
Análise de virabrequins automotivos utilizando modelos analíticos e flexíveis /
Sergio Gradella Villalva. – Campinas, SP : [s.n.], 2013.

Orientador: Marco Lúcio Bittencourt.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de
Engenharia Mecânica.

1. Motores de combustão interna. 2. Automóveis - Motores - Combustão. 3.
Automóveis - Dinâmica - Métodos de simulação. 4. Vibração. 5. Método dos
elementos finitos. I. Bittencourt, Marco Lúcio, 1972-. II. Universidade Estadual de
Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Automotive crankshafts analysis using analytical and flexible models

Palavras-chave em inglês:

Internal combustion engines

Vehicles - Engines - Combustion

Vehicles - Dynamics - Simulation methods

Vibration

Finite element method

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

Marco Lúcio Bittencourt [Orientador]

Pablo Siqueira Meirelles

Celso Argachoy

Data de defesa: 13-12-2013

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

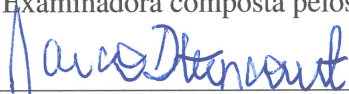
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

Análise de Virabrequins Automotivos
Utilizando Modelos Analíticos e Flexíveis

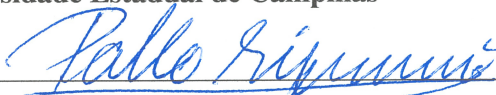
Autor: Sergio Gradella Villalva

Orientador: Prof. Dr. Marco Lúcio Bittencourt

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:



Prof. Dr. Marco Lúcio Bittencourt, Presidente
Universidade Estadual de Campinas



Prof. Dr. Pablo Siqueira Meirelles
Universidade Estadual de Campinas



Prof. Dr. Celso Argachoy
Instituto Mauá de Tecnologia

Campinas, 13 de DEZEMBRO de 2013.

Dedicatória

Dedico este trabalho à toda minha família, ao meu amor, aos meus colegas, professores e amigos.

Agradecimentos

Aos meus pais Paulo e Ivone, pela dedicação, apoio e educação, fundamentais para o meu crescimento e desenvolvimento em todas as etapas da minha vida.

À minha namorada Juliana, por todo o amor e companheirismo destes últimos quatro anos. Aos meus irmãos Marcelo e Denise, que de uma forma ou de outra sempre me ajudaram.

Ao Prof. Dr. Marco Lúcio Bittencourt, pelas oportunidades concedidas, pelos ensinamentos e pela orientação durante os últimos oito anos, desde o curso de Graduação até o final deste trabalho de Mestrado.

Aos ex-colegas de trabalho da ThyssenKrupp, Alex Rodrigues, Almir Attoate, Rafael Augusto Silva, Robson Cruz e Pedro Ferreira pela colaboração técnica durante a época em que trabalhamos juntos e pela grande amizade que estabelecemos.

Aos meus atuais colegas de trabalho da Magneti Marelli, Guilherme Alegre e Thomas Moura, com quem divido experiências e diariamente me auxiliam no meu crescimento profissional.

Ao Prof. Fernando Windlin, pelo grande incentivo dado à conclusão deste trabalho de Mestrado, pelas oportunidades concedidas e pela experiência compartilhada diariamente.

Às empresas Altair, AVL, Magneti Marelli e ThyssenKrupp, que disponibilizaram as ferramentas necessárias para a realização de grande parte deste trabalho.

*Quanto mais aumenta nosso
conhecimento, mais evidente fica nossa
ignorância.*

John F. Kennedy

Resumo

VILLALVA, Sergio Gradella. Projeto de Virabrequins Automotivos Utilizando Modelos Analíticos e Flexíveis. 2014. 239p. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

O virabrequim é um dos componentes mais importantes de um motor de combustão interna. É responsável, juntamente com as bielas, por transformar o movimento de translação dos pistões em movimento rotativo, capaz de transmitir torque. Durante o funcionamento do motor, o virabrequim é submetido a cargas axiais, torcionais e de flexão, as quais resultam em regiões com níveis elevados de tensões ao longo da peça. Além disso, o virabrequim apresenta altos níveis de carga de torção devido às vibrações torcionais, que é uma das maiores causas de falhas de virabrequins e de outros acessórios do motor, como polias, correias, trens de engrenagem etc.

Este trabalho consiste no estudo e desenvolvimento de um programa computacional, denominado CrankLab, para cálculo analítico de tensões e coeficientes de segurança de fadiga em virabrequins, que possa ser utilizado como uma ferramenta simples para a fase inicial de concepção do virabrequim. O estudo abrange o cálculo dos esforços dinâmicos, provenientes da combustão nos cilindros do motor e das forças inerciais devido ao movimento das partes móveis do motor de combustão interna, e o cálculo das amplitudes de vibração torcional.

O método analítico desenvolvido considera o virabrequim como um eixo equivalente de seção circular, onde são aplicados os esforços radiais provenientes das bielas e os torques de vibração torcional, apoiado nos mancais principais. Os momentos fletores e torçores são calculados a partir da integração das equações de equilíbrio estático, considerando um modelo hiperestático, a partir dos quais são determinadas as tensões equivalentes. Ainda neste trabalho, foi realizado um estudo comparativo da aplicação de alguns tipos de absorvedores de vibrações torcionais e seus efeitos nas amplitudes de resposta, tendo como consequência a redução nas tensões no virabrequim.

Dois casos foram estudados: um motor Otto de dez cilindros em V e um motor Diesel de seis cilindros em linha. Foram analisados regimes críticos de operação de cada motor: máximo torque, máxima potência e máxima rotação. Um experimento de análise modal do virabrequim de seis cilindros foi realizada de forma a validar as frequências naturais e os modos de vibração dos modelos propostos. Análises dinâmicas transientes com modelos flexíveis foram realizadas para ambos os casos, de forma a correlacionar com os resultados do modelo analítico.

Os resultados de análise modal obtidos com os métodos analíticos, flexíveis e experimental foram bastante correlatos entre si, com erros menores que 5%. Os resultados de vibração torcional calculados pelo programa CrankLab também apresentaram excelente correlação com o modelo analítico do programa AVL Excite e o uso de absorvedores resultaram em considerável redução das amplitudes de vibração. Os resultados de tensões obtidos pelo CrankLab apresentaram a mesma ordem de grandeza dos obtidos pelos modelos flexíveis, com erros variando de 1% a 38%. Estes erros podem ser considerados aceitáveis uma vez que as condições de contorno e as simplificações do modelo analítico diferem bastante daquelas utilizadas nos modelos flexíveis. Tem-se como grande vantagem do programa CrankLab o menor tempo de pré processamento e cálculo, podendo ser inferior a 10% na maioria dos casos.

Palavras-chave: Motores de Combustão Interna, Automóveis - Motores - Combustão, Automóveis - Dinâmica - Métodos de Simulação, Vibração, Método dos Elementos Finitos.

Abstract

VILLALVA, Sergio Gradella. Automotive Crankshafts Analysis Using Analytical and Flexible Models. 2014. 239p. Master Thesis. Faculty of Mechanical Engineering, State University of Campinas, Campinas.

The crankshaft is one of the most important moving components of an internal combustion engine. It is responsible for converting the oscillating pistons movement into rotating movement by the connecting rods. During engine operation, the crankshaft is submitted to axial, bending and torsional loads, which results in high stressed regions on the component. Due to the phased cylinder combustions, the crankshaft has high levels of torsion load, being the torsional vibration one of the main causes of failures in crankshafts or engine accessories, as pulleys, belts and gears.

The present thesis consists in the development of a computational program, called CrankLab, for analytical calculation of stress and fatigue safety factors on automotive crankshafts, which could be applied as a simple engineering tool during the initial crankshaft concept design phase. The study covers the determination of dynamic loads, from the combustion inside the engine cylinders and from the moving parts inertia, and the torsional vibration amplitudes calculation.

The analytical method developed considers the crankshaft as an equivalent circular cross section shaft which is supported by the main bearings and where the connecting-rods radial forces and the vibration torques are applied on. The bending and torsion moments are calculated from integration of the static equilibrium equations, considering a hyperstatic model, thus the equivalent stresses can be calculated. Also in this study, a comparison was performed for some torsional vibration damper types, covering the calculation of optimum parameters of inertia, stiffness and damping, evaluating the effects on the output amplitudes within the entire engine speed range and the influence on the crankshaft stresses.

The theory was applied for two different cases of study: an Otto V-type ten cylinders engine and a Diesel in-line six cylinders engine. Critical engine operation conditions were analyzed, at the speeds related to peak torque, rated power and overspeed. A modal analysis experiment was performed in order to validate the natural frequencies and modal shapes obtained by the proposed models for the six cylinders crankshaft. Moreover, transient dynamic analyses with flexible bodies were performed in order to compare with the stress results obtained from the analytical model for both cases.

The modal analyses results obtained from the analytical, flexible and experimental methods were very good correlated with errors lower than 5%. The torsional vibration results calculated by CrankLab also presented excellent correlation with the analytical module of AVL Excite software. Moreover, the torsional dampers allowed considerable reduction in the vibration amplitudes. The stress results calculated by CrankLab have shown same order of magnitude of those from flexible models with errors variation between 1% and 38%. These errors can be acceptable once the boundary conditions and the analytical model simplifications are great different from those regarded in the flexible models. The most important advantage of CrankLab is lower time spent in pre processing and calculation tasks, achieving a time saving around 10% in most cases.

Keywords: Internal Combustion Engines, Vehicles - Engines - Combustion, Vehicles - Dynamics - Simulation Methods, Vibration, Finite Element Method.

Lista de Ilustrações

1.1	Componentes básicos de um motor alternativo de quatro cilindros em linha.	2
1.2	Nomenclatura utilizada para os componentes biela e virabrequim.	2
1.3	Classificação dos motores alternativos quanto à disposição dos componentes internos (BRAIN, 2013).	3
1.4	Fluxograma de funcionamento do programa CrankLab	6
2.1	Torciograma teórico (MENDES <i>et al.</i> , 2003).	10
2.2	Torciograma experimental (MENDES <i>et al.</i> , 2003).	11
2.3	Resposta dinâmica: aproximação MMQ na região de regime permanente.	12
2.4	Condições de contorno utilizadas para análise do segmento do virabrequim pelo MEF (DING E XIAOBO, 2011).	13
2.5	Cálculo da distribuição da força de combustão no moente do virabrequim (DING E XIAOBO, 2011).	13
2.6	Resultados de tensões obtidos para segmento do virabrequim (DING E XIAOBO, 2011).	14
2.7	Condições de contorno utilizadas para análise do virabrequim pelo MEF (YINGKUI E ZHIBO, 2011).	15
2.8	Resultados de tensões obtidos para o virabrequim (YINGKUI E ZHIBO, 2011). . .	15
3.1	Parâmetros geométricos do motor.	19
3.2	Curva de pressão no cilindro para um motor de ciclo Otto.	20
3.3	Diagrama P-V para o Ciclo Otto padrão a ar.	20
3.4	Curvas de eficiência mecânica obtidas experimentalmente para um motor Diesel (SOUZA, 2009).	23
3.5	Mecanismo pistão-biela-manivela com cilindros dispostos em V.	24
3.6	Diagrama de corpo livre da biela 1.	34
3.7	Diagrama de corpo livre da biela 2.	36
3.8	Diagrama de corpo livre da manivela.	38
3.9	Diagrama de corpo livre do pistão da bancada A.	40
3.10	Diagrama de corpo livre do pistão da bancada B.	41
3.11	Diagrama de corpo livre para a modelagem tradicional.	43

3.12	Curvas de torque e potência para o motor AUDI V10 5,2L (AUTOWORLD, 2012).	50
3.13	Curvas de pressão no cilindro utilizadas nos cálculos do motor V10.	51
3.14	Forças nos olhais maiores das bielas 1 e 2 para máxima rotação (8700 rpm), calculadas pelo programa AVL Excite	52
3.15	Forças nos olhais maiores das bielas 1 e 2 para máxima rotação (8700 rpm), calculadas pelos métodos Tradicional e Newton-Euler	53
3.16	Forças de inércia horizontais (Fry) e verticais (Frz) nos moentes do virabrequim V10 para condição de máxima rotação (8700 rpm), calculadas pelos métodos Tradicional (a) e Newton-Euler (b e c).	54
3.17	Forças de inércia horizontais e verticais no primeiro moente do virabrequim V10 para condição de máxima rotação (8700 rpm), calculadas pelos métodos Tradicional e Newton-Euler	55
3.18	Torque de excitação na primeira manivela do virabrequim do motor V10 para condição de máxima rotação (8700 rpm).	56
3.19	Curvas de pressão no cilindro utilizadas nos cálculos do motor 6 cilindros em linha.	58
3.20	Força no olhal maior da biela para máxima rotação (3200 rpm), calculadas pelo programa AVL Excite	58
3.21	Força no olhal maior da biela para máxima rotação (3200 rpm), calculadas pelos métodos Tradicional e Newton-Euler	59
3.22	Forças de inércia horizontais (Fry) e verticais (Frz) nos moentes do virabrequim 6 cilindros para condição de máxima rotação (3200 rpm), calculadas pelos métodos Tradicional (a) e Newton-Euler (b e c).	60
3.23	Forças de inércia horizontal e vertical no primeiro moente do virabrequim 6 cilindros para condição de máxima rotação (3200 rpm), calculadas pelos métodos Tradicional e Newton-Euler	61
3.24	Torque de excitação na primeira manivela do motor de 6 cilindros para condição de máxima rotação (3200 rpm).	62
4.1	Diagrama de corpo livre de um motor 10 cilindros dispostos em V.	64
4.2	Condição de contorno CC#1 para cálculo da rigidez torcional dos segmentos do virabrequim.	66
4.3	Exemplo de resultado de deslocamento do moente, na direção de giro do virabrequim, considerando as condições de contorno da Figura 4.2 (CC#1).	67

4.4	Condição de contorno <i>CC</i> #2 para cálculo da rigidez torcional dos segmentos do virabrequim.	67
4.5	Aparato para análise modal experimental de um virabrequim de seis cilindros em linha (RODRIGUES <i>et al.</i> , 2011).	68
4.6	Ponto de excitação 1 e pontos de medição 2 a 21 considerados na análise modal experimental (RODRIGUES <i>et al.</i> , 2011).	69
4.7	Análise modal numérica livre-livre calculados pelo MEF (RODRIGUES <i>et al.</i> , 2011).	69
4.8	Pontos de excitação ▼ e de medição ● para análise modal experimental (KANG <i>et al.</i> , 1998).	70
4.9	Projeto do <i>stinger</i> fabricado em aço inox 420 (RODRIGUES <i>et al.</i> , 2011).	70
4.10	Acoplamento entre o excitador dinâmico e o virabrequim utilizando <i>stinger</i> e célula de carga (RODRIGUES <i>et al.</i> , 2011).	71
4.11	Modos de vibrar do virabrequim V10, calculados pelo MEF	72
4.12	Modos de torção do virabrequim V10 calculados analiticamente pelo programa AVL Excite Designer	72
4.13	Soma de todas as FRFs obtidas experimentalmente nas três direções para todos os pontos de medição (RODRIGUES <i>et al.</i> , 2011).	75
4.14	Modos de vibrar do virabrequim 6 cilindros, calculados pelo MEF	76
4.15	Modos de torção do virabrequim 6 cilindros calculados pelo programa AVL Excite Designer	79
5.1	Falha de um virabrequim ocasionada por vibração torcional excessiva (MENDES, 2005).	81
5.2	Forças no sistema pistão-biela-manivela e curva de pressão no cilindro.	83
5.3	Curvas de pressão no cilindro e torque na manivela.	83
5.4	Sinal de 3 ^a ordem em duas revoluções do virabrequim com amplitude pico a pico de 1°.	84
5.5	Sinal de 6 ^a ordem em duas revoluções do virabrequim com amplitude pico a pico de 1, 0°.	85
5.6	Sinal resultante com amplitude pico a pico de 1, 75°, formado pela combinação dos sinais de 3 ^a e 6 ^a ordens sem defasagem.	86
5.7	Combinação do sinal de 3 ^a ordem com o sinal de 6 ^a ordem adiantado (a) e atrasado (b) em 90° ($\frac{\pi}{2}$ rad).	86

5.8	Sinal de ordem $3 - \frac{1}{2}$ em duas revoluções do virabrequim com amplitude pico a pico de $1, 0^\circ$	87
5.9	Sinal resultante com amplitude pico a pico de $2, 0^\circ$, formado pela combinação dos sinais de ordens $3 - \frac{1}{2}$ e 6 sem defasagem.	87
5.10	Análise de Fourier da curva de torque.	88
5.11	Representação esquemática de um oscilador simples.	89
5.12	Resposta de um oscilador simples.	91
5.13	Representação esquemática de um oscilador simples amortecido.	92
5.14	Resposta de um oscilador simples amortecido.	94
5.15	Eixo flexível com três inércias concentradas (NESTORIDES, 1958).	95
5.16	Sistema massa-mola equivalente de um virabrequim de um motor de 6 cilindros em linha acoplado a um dinamômetro (NESTORIDES, 1958).	96
5.17	Ordens $1 - \frac{1}{2}$ e 2 de um motor de dois cilindros e quatro tempos.	98
5.18	Diagrama de Campbell do motor V10 obtido pelo programa AVL Excite Designer	104
5.19	Amplitudes de vibração torcional na polia do virabrequim V10 para as primeiras 24 harmônicas calculadas pelo programa AVL Excite	106
5.20	Amplitudes de vibração torcional na polia do virabrequim V10 para as primeiras 24 harmônicas calculadas pelo programa CrankLab	107
5.21	Torques de vibração torcional atuantes no virabrequim V10.	108
5.22	Amplitudes de vibração torcional na polia do virabrequim 6 cilindros para as primeiras 24 harmônicas calculadas pelo programa AVL Excite	110
5.23	Amplitudes de vibração torcional na polia do virabrequim 6 cilindros para as primeiras 24 harmônicas calculadas pelo programa CrankLab	111
5.24	Diagrama de Campbell do motor 6 cilindros obtido pelo programa AVL Excite Designer	112
5.25	Torques de vibração torcional atuantes no virabrequim 6 cilindros.	113
6.1	Redução de amplitude de vibração quando a frequência natural do absorvedor coincide com a frequência de ressonância do virabrequim sem absorvedor (ω_0) (NESTORIDES, 1958).	116
6.2	Absorvedor de vibrações torcionais sintonizado com anel de borracha (FLUIDAMPR, 2012).	116
6.3	Absorvedor de vibrações torcionais viscoso não sintonizado com fluido de silicone (TRACKLAB, 2012).	117

6.4	Sistema de duas massas sem amortecimento.	118
6.5	Redução de amplitude de vibração quando a frequência de anti-ressonância difere da frequência de ressonância original do sistema (NESTORIDES, 1958).	119
6.6	Acoplamento fraco (NESTORIDES, 1958).	120
6.7	Acoplamento médio (NESTORIDES, 1958).	120
6.8	Acoplamento fechado ou rígido (NESTORIDES, 1958).	121
6.9	Sistema simplificado com $J_3 = \infty$	122
6.10	Efeito do amortecimento do absorvedor na resposta do sistema.	126
6.11	Razões de frequências para absorvedores com razão de sintonia unitária.	128
6.12	Fatores de amplificação para absorvedores com razão de sintonia unitária.	128
6.13	Fatores de amortecimento para absorvedores com razão de sintonia unitária.	128
6.14	Razões de frequências para absorvedores com razão de sintonia ótima.	129
6.15	Fatores de amplificação para absorvedores com razão de sintonia ótima.	130
6.16	Fatores de amortecimento para absorvedores com razão de sintonia ótima.	130
6.17	Sistema de duas massas para absorvedor viscoso não-sintonizado.	131
6.18	Razão de frequências para absorvedores viscosos não-sintonizados.	134
6.19	Fator de amplificação para absorvedores viscosos não-sintonizados.	134
6.20	Fator de amortecimento para absorvedores viscosos não-sintonizados.	134
6.21	Amplitudes de vibração torcional no cubo do absorvedor de vibrações do virabrequim V10 para as primeiras 24 harmônicas.	137
6.22	Amplitudes de vibração torcional no cubo do absorvedor de vibrações do virabrequim 6 cilindros para as primeiras 24 harmônicas.	139
7.1	Segmento (ou manivela) do virabrequim entre dois mancais principais.	142
7.2	Modelo hiperestático: flexão no plano xy e torção no eixo x	143
7.3	Raios de concordância críticos sob fadiga.	153
7.4	Tensões cíclicas médias e alternadas.	155
7.5	Aparato experimental para ensaio de fadiga de virabrequins sob carga de flexão (VILLALVA E FERRACINI, 2010).	156
7.6	Resultado de tensão máxima principal para um segmento do virabrequim 6 cilindros sob carga de flexão (VILLALVA E FERRACINI, 2010).	156
7.7	Diagrama de Goodman modificado.	157
8.1	Fluxograma de etapas para uma análise dinâmica transiente.	168
8.2	Amortecimento de Rayleigh.	174

8.3	Modelagem dos nós de interface através de elementos rígidos.	174
8.4	Malha de elementos finitos tetraédrica gerada para o virabrequim V10.	175
8.5	Nós de interface e elementos rígidos incluídos no modelo do virabrequim V10. . .	176
8.6	Motor V10 modelado no programa AVL Excite Power Unit	176
8.7	Propriedades calculadas para as juntas de revolução não lineares utilizadas no modelo do motor V10.	177
8.8	Tensão equivalente de von Mises no virabrequim V10 para o ângulo crítico a 6500 rpm.	177
8.9	Tensão equivalente de von Mises no virabrequim V10 para o ângulo crítico a 8000 rpm.	178
8.10	Tensão equivalente de von Mises no virabrequim V10 para o ângulo crítico a 8700 rpm.	178
8.11	Tensão equivalente de von Mises no virabrequim V10 para o ângulo crítico a 8700 rpm com juntas de alta rigidez.	179
8.12	Tensão equivalente de von Mises no virabrequim V10 para o ângulo crítico a 8700 rpm com juntas de baixa rigidez.	179
8.13	Tensão equivalente de von Mises no virabrequim V10 para o ângulo crítico a 8700 rpm com juntas de alto amortecimento.	180
8.14	Tensão equivalente de von Mises no virabrequim V10 para o ângulo crítico a 8700 rpm com juntas de baixo amortecimento.	180
8.15	Malha de elementos finitos tetraédrica gerada para o virabrequim 6 cilindros. . . .	182
8.16	Nós de interface e elementos rígidos incluídos no modelo do virabrequim 6 cilindros.	183
8.17	Motor 6 cilindros modelado no programa AVL Excite Power Unit	183
8.18	Propriedades calculadas para as juntas de revolução não lineares utilizadas no modelo do motor 6 cilindros.	184
8.19	Tensão equivalente de von Mises no virabrequim 6 cilindros para o ângulo crítico a 1600 rpm.	185
8.20	Tensão equivalente de von Mises no virabrequim 6 cilindros para o ângulo crítico a 2600 rpm.	185
8.21	Tensão equivalente de von Mises no virabrequim 6 cilindros para o ângulo crítico a 3200 rpm.	186
B.1	Forças aplicadas nos moentes do virabrequim V10 para as três condições de projeto, calculadas pelo método Tradicional	201

B.2	Torques aplicados no virabrequim V10 para a condição de máximo torque (6500 rpm), calculados pelo método Tradicional	202
B.3	Torques aplicados no virabrequim V10 para a condição de máxima potência (8000 rpm), calculados pelo método Tradicional	203
B.4	Torques aplicados no virabrequim V10 para a condição de máxima rotação (8700 rpm), calculados pelo método Tradicional	204
B.5	Forças aplicadas nos moentes do virabrequim 6 cilindros para as três condições de projeto, calculadas pelo método Tradicional	205
B.6	Torques aplicados no virabrequim 6 cilindros para a condição de máximo torque 1600 rpm, calculados pelo método Tradicional	206
B.7	Torques aplicados no virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima potência 2600 rpm, calculados pelo método Tradicional	207
B.8	Torques aplicados no virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima rotação 3200 rpm, calculados pelo método Tradicional	208
C.1	Diagramas de esforços cortantes no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máximo torque e ângulo crítico.	210
C.2	Diagramas de momentos fletores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máximo torque e ângulo crítico.	211
C.3	Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máximo torque e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso A.	212
C.4	Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máximo torque e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso B.	212
C.5	Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máximo torque e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso C.	213
C.6	Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máximo torque e ângulo crítico (com absorvedor de sintonia unitária) referentes ao Caso C.	213
C.7	Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máximo torque e ângulo crítico (com absorvedor de sintonia ótima) referentes ao Caso C	214

C.8	Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima torque e ângulo crítico (com absorvedor não sintonizado) referentes ao Caso C	214
C.9	Diagramas de esforços cortantes no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima potência e ângulo crítico.	215
C.10	Diagramas de momentos fletores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima potência e ângulo crítico.	216
C.11	Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima potência e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso A.	217
C.12	Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima potência e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso B.	217
C.13	Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima potência e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso C.	218
C.14	Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima potência e ângulo crítico (com absorvedor de sintonia unitária) referentes ao Caso C.	218
C.15	Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima potência e ângulo crítico (com absorvedor de sintonia ótima) referentes ao Caso C.	219
C.16	Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima potência e ângulo crítico (com absorvedor não sintonizado) referentes ao Caso C.	219
C.17	Diagramas de esforços cortantes no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima rotação e ângulo crítico.	220
C.18	Diagramas de momentos fletores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima rotação e ângulo crítico.	221
C.19	Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima rotação e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso A.	222

C.20	Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima rotação e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso B.	222
C.21	Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima rotação e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso C.	223
C.22	Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima rotação e ângulo crítico (com absorvedor de sintonia unitária) referentes ao Caso C.	223
C.23	Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima rotação e ângulo crítico (com absorvedor de sintonia ótima) referentes ao Caso C.	224
C.24	Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima rotação e ângulo crítico (com absorvedor não sintonizado) referentes ao Caso C.	224
C.25	Diagramas de esforços cortantes no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máximo torque e ângulo crítico.	225
C.26	Diagramas de momentos fletores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máximo torque e ângulo crítico.	226
C.27	Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máximo torque e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso A.	227
C.28	Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máximo torque e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso B.	227
C.29	Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máximo torque e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso C.	228
C.30	Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máximo torque e ângulo crítico (com absorvedor de sintonia unitária) referentes ao Caso C.	228

C.31 Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máximo torque e ângulo crítico (com absorvedor de sintonia ótima) referentes ao Caso C.	229
C.32 Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máximo torque e ângulo crítico (com absorvedor não sintonizado) referentes ao Caso C.	229
C.33 Diagramas de esforços cortantes no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima potência e ângulo crítico.	230
C.34 Diagramas de momentos fletores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima potência e ângulo crítico.	231
C.35 Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima potência e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso A.	232
C.36 Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima potência e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso B.	232
C.37 Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima potência e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso C.	233
C.38 Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima potência e ângulo crítico (com absorvedor de sintonia unitária) referentes ao Caso C.	233
C.39 Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima potência e ângulo crítico (com absorvedor de sintonia ótima) referentes ao Caso C.	234
C.40 Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima potência e ângulo crítico (com absorvedor não sintonizado) referentes ao Caso C.	234
C.41 Diagramas de esforços cortantes no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima rotação e ângulo crítico.	235
C.42 Diagramas de momentos fletores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima rotação e ângulo crítico.	236

C.43 Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima rotação e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso A.	237
C.44 Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima rotação e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso B.	237
C.45 Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima rotação e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso C.	238
C.46 Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima rotação e ângulo crítico (com absorvedor de sintonia unitária) referentes ao Caso C.	238
C.47 Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima rotação e ângulo crítico (com absorvedor de sintonia ótima) referentes ao Caso C.	239
C.48 Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima rotação e ângulo crítico (com absorvedor não sintonizado) referentes ao Caso C.	239

Lista de Tabelas

4.1	Momentos de inércia e coeficientes de rigidez torcional calculados para o virabrequim V10.	73
4.2	Frequências naturais do virabrequim V10 calculadas através do MEF	73
4.3	Frequências naturais de torção do virabrequim V10 calculadas através de modelos analíticos unidimensionais pelos programas AVL Excite e CrankLab	74
4.4	Comparação de frequências naturais de torção obtidas para os modelos analítico e flexível.	74
4.5	Correlação entre frequências naturais determinadas por análise modal numérica e análise modal experimental para o virabrequim de 6 cilindros em linha.	76
4.6	Frequências naturais do virabrequim 6 cilindros calculadas através do MEF	77
4.7	Momentos de inércia e coeficientes de rigidez torcional calculados para o virabrequim 6 cilindros.	78
4.8	Frequências naturais de torção do virabrequim 6 cilindros calculadas através de modelos analíticos.	78
4.9	Comparação de frequências naturais do virabrequim 6 cilindros obtidas para os modelos analítico e flexível.	79
5.1	Amplitudes relativas das ordens de vibração torcional causadas pela defasagem de combustão para três tipos de motores (NESTORIDES, 1958).	99
5.2	Amplitudes de resposta do motor V10 para as ordens harmônicas mais importantes.	105
5.3	Amplitudes de resposta do motor 6 cilindros para as ordens harmônicas mais importantes.	109
6.1	Parâmetros de entrada e resultados para diversos tipos de absorvedores calculados para o motor V10.	138
6.2	Parâmetros de entrada e resultados para diversos tipos de absorvedores calculados para o motor de 6 cilindros.	140
7.1	Fatores de concentração de tensão calculados para o virabrequim V10.	160
7.2	Tensões equivalentes e coeficientes de segurança para o virabrequim V10 sem absorvedor de vibrações para o Caso A.	161

7.3	Tensões equivalentes e coeficientes de segurança para o virabrequim V10 sem absorvedor de vibrações para o Caso B.	161
7.4	Tensões equivalentes e coeficientes de segurança para o virabrequim V10 sem absorvedor de vibrações para o Caso C.	161
7.5	Tensões equivalentes e coeficientes de segurança para o virabrequim V10 com absorvedor de vibrações de sintonia unitária para o Caso C.	162
7.6	Tensões equivalentes e coeficientes de segurança para o virabrequim V10 com absorvedor de vibrações de sintonia ótima para o Caso C.	162
7.7	Tensões equivalentes e coeficientes de segurança para o virabrequim V10 com absorvedor de vibrações não-sintonizado para o Caso C.	162
7.8	Fatores de concentração de tensão calculados para o virabrequim 6 cilindros.	164
7.9	Tensões equivalentes e coeficientes de segurança para o virabrequim 6 cilindros sem absorvedor de vibrações para o Caso A.	165
7.10	Tensões equivalentes e coeficientes de segurança para o virabrequim 6 cilindros sem absorvedor de vibrações para o Caso B.	165
7.11	Tensões equivalentes e coeficientes de segurança para o virabrequim 6 cilindros sem absorvedor de vibrações para o Caso C.	165
7.12	Tensões equivalentes e coeficientes de segurança para o virabrequim 6 cilindros com absorvedor de vibrações de sintonia unitária para o Caso C.	166
7.13	Tensões equivalentes e coeficientes de segurança para o virabrequim 6 cilindros com absorvedor de vibrações de sintonia ótima para o Caso C.	166
7.14	Tensões equivalentes e coeficientes de segurança para o virabrequim 6 cilindros com absorvedor de vibrações não-sintonizado para o Caso C.	166
8.1	Valores máximos de tensão de von Mises para o modelo flexível do virabrequim V10.	181
8.2	Valores máximos de tensão de von Mises para o estudo de sensibilidade dos parâmetros das juntas não lineares na condição de máxima rotação.	181
8.3	Comparação dos valores de tensões equivalentes máximas calculadas pelos modelos flexível transiente e analítico para o virabrequim V10.	181
8.4	Valores máximos de tensão de von Mises para o modelo flexível do virabrequim 6 cilindros.	186
8.5	Comparação dos valores de tensões equivalentes máximas calculadas pelos modelos flexível transiente e analítico para o virabrequim de 6 cilindros.	187

Lista de Abreviaturas e Siglas

Letras Latinas

a	Aceleração
c	Amortecimento
d	Diâmetro interno
f	Frequência
g	Aceleração da gravidade
k	Razão de calores específicos do ar
m	Massa
n	Número / Quantidade
q	Carga de flexão no eixo
r	Raio de manivela (meio curso do pistão)
s	Sistema inercial ou móvel
t	Torque de vibração torcional no eixo
u	Deslocamento
v	Velocidade de deslocamento absoluta
A_f	Fator de amplificação
C	Termo da relação de Euler
D	Diâmetro externo
F	Força
I	Tensor de inércia
J	Momento de inércia
K	Rigidez
L	Comprimento / Distância
M	Momento fletor

N	Número de cilindros do motor
P	Pressão no cilindro
R_y, R_z	Forças de reação nos mancais
R_0	Raio do virabrequim
S_{ut}	Limite de resistência à tração
S_f	Limite de resistência à fadiga
T	Torque na manivela ou no eixo
V	Esforço cortante
W	Potência

Letras Gregas

α	Ângulo entre bancadas do motor tipo V
α_F, α_T	Fatores de concentração de tensão nos raios dos moentes
β	Ângulo acionado do movimento da biela em relação ao pistão
β_F, β_T	Fatores de concentração de tensão nos raios dos munhões
δ	Razão de frequências
η	Eficiência
γ	Ângulo de giro do virabrequim
λ	Relação entre raio da manivela e comprimento da biela
μ	Razão de inércias
ν	Coefficiente de Poisson
θ	Ângulo de torção / amplitude de vibração
ξ	Fator de amortecimento
ω	Frequência angular
Ω	Velocidade angular absoluta
ϕ	Ângulo de defasagem
ρ	Posição do centro de gravidade
σ	Tensão normal de flexão
σ_a	Tensão normal de flexão alternada
σ_m	Tensão normal de flexão média

τ	Tensão cisalhante de torção
τ_a	Tensão cisalhante de torção alternada
τ_m	Tensão cisalhante de torção média
φ	Densidade
v	Volume

Sobrescritos

”	Absorvedor de vibração
—1	Inverso
*	Ressonância
—	Amplitude
→	Vetor

Subscritos

<i>a</i>	Apoio / Mocal
<i>abs</i>	Absorvedor
<i>c</i>	Moente
<i>cr</i>	Crítico
<i>comb</i>	Combustão
<i>e</i>	Equivalente
<i>j</i>	Munhão
<i>máx</i>	Máximo
<i>mín</i>	Mínimo
<i>n</i>	Natural
<i>o</i>	Oscilação
<i>p</i>	Pistão
<i>r</i>	Rotativo
<i>t</i>	Torcional
<i>x</i>	Direção x
<i>y</i>	Direção y
<i>z</i>	Direção z

A	Termo de amplitude das funções cosseno da série de Fourier
B	Termo de amplitude das funções seno da série de Fourier
BE	Olhal maior da biela
CM	Centro de massa
D	Amortecido
MB	Mancal principal
P	Peso
R	Radial
S	Resultante na biela
SE	Olhal menor da biela
T	Tangencial

Abreviações

DCL	Diagrama de Corpo Livre
Det	Determinante
FRF	Função de Resposta em Frequência
GDL	Grau(s) de Liberdade
MCI	Motor(es) de Combustão Interna
MEF	Método dos Elementos Finitos
OI	Ordem de Ignição
OR	Ordem Harmônica
pme	Pressão Média Efetiva
pmi	Pressão Média Indicada
PMI	Ponto Morto Inferior
PMS	Ponto Morto Superior
RC	Razão de Compressão do Motor

Siglas

BICERA	<i>British Internal Combustion Engine Research Association</i>
CAD	<i>Computer Aided Design</i>
CAE	<i>Computer Aided Engineering</i>
FEM	Faculdade de Engenharia Mecânica

SUMÁRIO

Lista de Ilustrações	xvii
Lista de Tabelas	xxix
Lista de Abreviaturas e Siglas	xxxii
SUMÁRIO	xxxvii
1 Introdução	1
1.1 Motores de Combustão Interna	1
1.2 História do Virabrequim (THYSSENKRUPP, 2005)	3
1.3 Objetivos do Trabalho	5
1.4 Organização do Texto	7
2 Revisão Bibliográfica	9
3 Modelos para Cálculo de Forças Dinâmicas no Sistema Pistão-Biela-Manivela	17
3.1 Curvas de Pressão no Cilindro	19
3.2 Modelagem pela Dinâmica de Múltiplos Corpos Rígidos e Equações de Newton-Euler	23
3.2.1 Cinemática	24
A Sistemas de referência e matrizes de transformação	24
B Velocidades e acelerações	26
3.2.2 Cinética	33
A Corpo 1 - Biela 1	33
B Corpo 2 - Biela 2	35
C Corpo 3 - Manivela	37
D Corpo 4 - Pistão (bancada A)	39
E Corpo 5 - Pistão (bancada B)	41
3.2.3 Sistema de equações	42
3.3 Modelagem Dinâmica Tradicional	42

3.3.1	Cinemática	43
3.3.2	Cinética	45
3.3.3	Esforços dinâmicos no mecanismo	47
3.4	Resultados	48
3.4.1	Motor de 10 Cilindros em V	49
3.4.2	Motor de 6 Cilindros em Linha	57
4	Análise Modal	63
4.1	Modelo analítico	63
4.1.1	Equação do Movimento	63
4.1.2	Rigidez Torcional	65
4.2	Modelo Numérico	68
4.3	Análise Modal Experimental	68
4.4	Resultados	71
4.4.1	Motor de 10 Cilindros em V	71
4.4.2	Motor de 6 Cilindros em Linha	74
5	Vibração Torcional em Virabrequins	81
5.1	O Fenômeno das Vibrações Torcionais	81
5.2	Teoria de Vibrações	82
5.2.1	Análise dos Torques de Excitação	82
5.2.2	Conceitos Fundamentais de Vibração Torcional	89
5.2.3	Ordens Principais de Vibração Torcional e Assinatura	97
5.3	Modelagem Analítica de Vibração Torcional	100
5.3.1	Exemplo de Motor de 10 cilindros dispostos em V	101
A	Equação de movimento	101
5.4	Resultados	104
5.4.1	Motor de 10 Cilindros em V	104
5.4.2	Motor de 6 Cilindros em Linha	109
6	Absorvedores de Vibrações Torcionais para Aplicação Automotiva	115
6.1	Absorvedor Sintonizado sem Amortecimento	117
6.2	Absorvedor Sintonizado com Amortecimento	120
6.2.1	Formulação para absorvedor sintonizado com amortecimento	121

A	Razão de sintonia unitária	127
B	Razão de sintonia ótima	128
6.3	Absorvedores Viscosos Não Sintonizados	129
6.4	Metodologia para Dimensionamento de Absorvedores	133
6.5	Resultados	136
6.5.1	Motor de 10 Cilindros em V	136
6.5.2	Motor de 6 Cilindros em Linha	136
7	Análise Estrutural por Modelos Analíticos	141
7.1	Introdução	141
7.2	Modelo Hiperestático de Eixo Equivalente	141
7.3	Análise de Tensões e de Fadiga	151
7.3.1	Cálculo de Tensões Nominiais sob Carregamentos Críticos	151
7.3.2	Fatores de concentração de tensão	153
7.3.3	Tensões equivalentes média e alternada	154
7.3.4	Resistência à Fadiga	155
7.4	Resultados	157
7.4.1	Propriedades do Material	157
7.4.2	Motor de 10 Cilindros em V	158
A	Esforços Dinâmicos para as Condições Críticas de Projeto	158
B	Diagramas de Esforços Solicitantes	159
C	Tensões e Coeficientes de Segurança	160
7.4.3	Motor de 6 Cilindros em Linha	162
A	Esforços Dinâmicos para as Condições Críticas de Projeto	162
B	Diagramas de Esforços Solicitantes	163
C	Tensões e Coeficientes de Segurança	164
8	Análise Dinâmica Transiente com Virabrequim Flexível	167
8.1	Análise Transiente com Modelo Flexível	169
8.1.1	Subestruturação Dinâmica	169
8.1.2	Programa AVL Excite <i>Power Unit</i>	171
A	Análise dinâmica multicorpos	171
B	Formulação dos contatos (juntas) não lineares	172
C	Amortecimento	173

D	Condições de Contorno	173
8.2	Resultados	175
8.2.1	Motor de 10 Cilindros em V	175
8.2.2	Motor de 6 Cilindros em Linha	182
9	Conclusões Finais	189
10	Sugestões para Trabalhos Futuros	191
	REFERÊNCIAS	193
	ANEXOS	196
	APÊNDICES	197
A	Formulação Empírica para Cálculo Analítico dos Fatores de Concentração de Tensão	197
A.1	Fator de Concentração de Flexão Devido às Forças Radiais	198
A.1.1	Moente	198
A.1.2	Munhão	198
A.2	Fator de Concentração de Torção Devido aos Momentos Torçores	199
A.2.1	Moente	199
A.2.2	Munhão	200
B	Esforços Dinâmicos para as Condições Críticas de Projeto	200
B.1	Virabrequim 10 Cilindros em V	209
B.2	Virabrequim 6 Cilindros	209
C	Diagramas de Esforços Cortantes, Momentos Fletores e Momentos Torçores	209
C.1	Virabrequim 10 Cilindros em V	209
C.2	Virabrequim 6 Cilindros	222

1 Introdução

O virabrequim, também conhecido como árvore de manivelas, é um dos principais componentes mecânicos de um motor de combustão interna. É responsável, juntamente com as bielas, por transformar o movimento alternativo dos pistões em movimento rotativo. Análises devem ser realizadas para determinar os níveis de tensões no componente, verificar se estão dentro dos limites aceitáveis e garantir que o virabrequim não venha a falhar em serviço. Pela função que desempenha, o componente apresenta níveis de cargas de torção relativamente altos, sendo a vibração torcional excessiva uma das principais causas de falhas em virabrequins e acessórios de motores de combustão interna, decorrente da combustão defasada que ocorre nos cilindros.

1.1 Motores de Combustão Interna

O motor de combustão interna (**MCI**) é basicamente uma máquina térmica, que é um dispositivo que permite transformar calor em trabalho. No **MCI**, o calor é obtido a partir da queima do combustível, onde a energia química é transformada em trabalho mecânico. Os **MCI**, quanto à forma de se obter trabalho mecânico, podem ser classificados em: motores alternativos, quando o trabalho é obtido pela translação dos pistões e convertido em rotação por um sistema biela-manivela; motores rotativos, quando o trabalho é obtido diretamente por um movimento de rotação (exemplo: motor Wankel); e motores de impulso, quando o trabalho é obtido pela força de reação dos gases expelidos em alta velocidade pelo motor (exemplo: motor a jato).

Os componentes básicos de um **MCI** alternativo, o virabrequim, as bielas e os pistões, estão representados no motor de quatro cilindros em linha da Figura 1.1. Na extremidade frontal do virabrequim é montada a polia que transmite torque para os acessórios do motor e, em alguns casos, é montado também um absorvedor de vibrações, conforme será explicado mais adiante neste texto.

Na Figura 1.2 é apresentada a nomenclatura utilizada neste trabalho para os componentes biela e virabrequim. O olhal menor da biela é montado no pino que vai montado no pistão, enquanto que o olhal maior é montado no mancal do virabrequim. Estes mancais onde são montadas as bielas

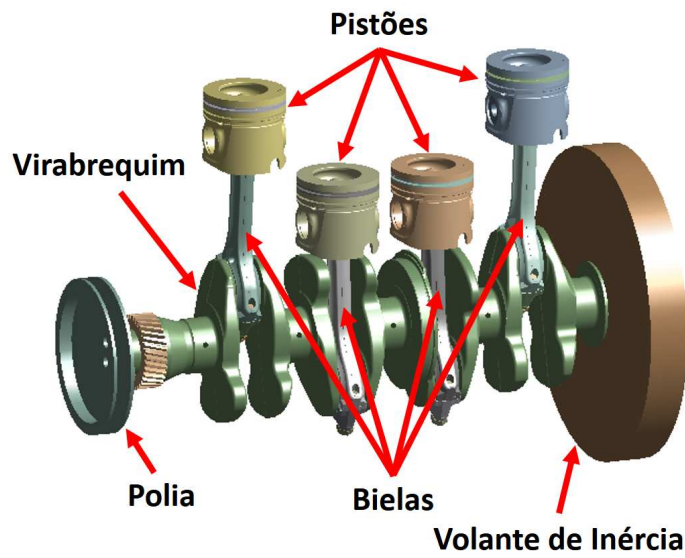


Figura 1.1: Componentes básicos de um motor alternativo de quatro cilindros em linha.

são chamados de moentes e os mancais inferiores do virabrequim são chamados de munhões, que são montados no bloco do motor, mais especificamente nos mancais principais.

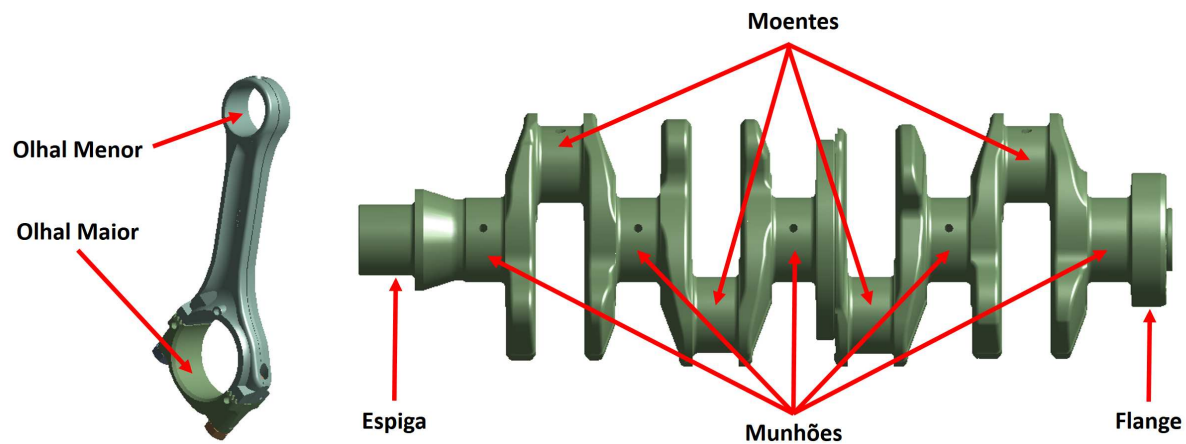
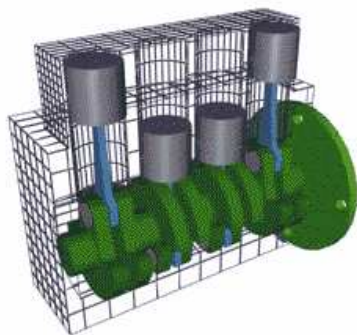


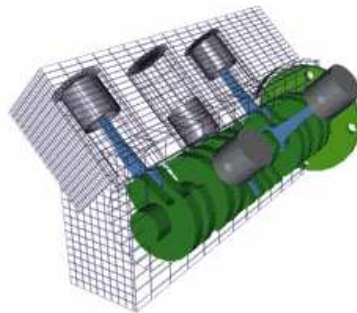
Figura 1.2: Nomenclatura utilizada para os componentes biela e virabrequim.

Os motores alternativos, foco deste trabalho, podem ainda ser classificados quanto à disposição dos componentes internos, sendo as três disposições típicas mais utilizadas: cilindros em linha,

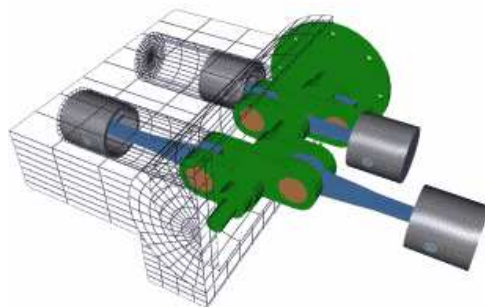
cilindros em V e cilindros opostos (*boxer*), conforme ilustrados na Figura 1.3.



(a) Exemplo de um motor alternativo com cilindros em linha.



(b) Exemplo de um motor alternativo com cilindros em V.



(c) Exemplo de um motor alternativo horizontal com cilindros opostos (*boxer*).

Figura 1.3: Classificação dos motores alternativos quanto à disposição dos componentes internos (BRAIN, 2013).

1.2 História do Virabrequim (THYSSENKRUPP, 2005)

O motor desenvolvido por Nikolaus August Otto, apresentado em Paris em 1867, não possuía virabrequim mas sim uma cremalheira para conectar o pistão ao volante de inércia. O conjunto

virabrequim e biela foi introduzido somente com o desenvolvimento do motor de quatro tempos em 1876. Os primeiros motores de quatro tempos operavam com rotações da ordem de 200 rpm e tinham potência aproximada de apenas 3 CV. Estes motores eram estacionários, tinham grandes dimensões e massa elevada, sendo que somente no final do século XIX os motores tiveram seus tamanhos reduzidos e foi possível aplicá-los em veículos, a partir de trabalhos realizados por Gottlieb Daimler, Wilhelm Maybach e Carl Benz. Um exemplo de aplicação foi em um veículo de três rodas desenvolvido por Carl Benz em 1886, com motor monocilíndrico e já fazendo uso de contrapesos no virabrequim para alcançar o balanceamento correto do motor. Durante os primeiros dez anos da década de 1900, o automóvel se tornou amplamente aceito na Alemanha, França e nos EUA. O motor alternativo foi adotado rapidamente, não somente em carros, mas também em motocicletas, barcos e aviões. Os virabrequins destes motores eram fabricados de aço forjado, geralmente submetidos a tratamentos térmicos de têmpera e revenimento.

Com a falta de material para fabricação de virabrequins devido ao consumo bélico durante a Primeira Guerra Mundial, aumentou-se o emprego de aços não ligados, os quais eram endurecidos por cementação para obter resistência comparável a dos aços de maior custo com liga de níquel. Naquela época, os motores de quatro cilindros tinham apenas dois mancais de apoio no bloco do motor, o que causava flexão e vibração excessiva do virabrequim durante o funcionamento do motor. Atualmente, motores de quatro cilindros possuem cinco mancais de bloco, além da utilização de quatro ou oito contrapesos para prevenir vibrações críticas de flexão.

Como alternativa aos virabrequins forjados, tem-se o processo de fundição, que raramente era utilizado antes da Segunda Guerra Mundial. Somente após a metade da década de 1950 se tornou possível obter as propriedades de resistência mecânica necessárias para o ferro fundido ser aplicado em virabrequins. Além disso, o processo de forjamento também avançou, passando de forjamento por martelo para forjamento em prensas hidráulicas com moldes próximos do contorno final da peça. Nos anos 1970, os aços ligados e tratados termicamente que eram mais utilizados foram gradualmente substituídos por aços endurecidos por precipitação com estrutura ferrítica-perlítica, primeiramente para veículos leves e depois para veículos de grande porte.

Mudanças radicais começaram a ocorrer no projeto de virabrequins somente na década de 1950, quando se começou a pensar em melhorias na disposição dos mancais e no balanceamento de massas. Tomando como exemplo um virabrequim de 6 cilindros, aumentou-se o número de man-

cais de bloco (de quatro para sete), e o número de contrapesos, utilizando atualmente até dois por cilindro. Este desenvolvimento foi acompanhado pela integração de técnicas de torção no processo de forjamento, que corresponde ao atual estado da arte e consiste na rotação das manivelas do virabrequim logo após o forjamento, ainda em elevada temperatura, de forma a posicionar os moentes no ângulos corretos. Novos estudos estão sendo realizados para obtenção de virabrequins mais leves, proporcionando economia de combustível e aumento de desempenho, por meio de técnicas de otimização e estudos de novas ligas de alta resistência aliada a um baixo peso específico.

1.3 Objetivos do Trabalho

O objetivo principal deste trabalho é apresentar um modelo analítico para o cálculo de tensões e coeficientes de segurança de fadiga em virabrequins automotivos, que sirva como uma ferramenta simples na fase de concepção e projeto de um novo produto, assim como para uma avaliação rápida de projetos já existentes. Neste modelo proposto, são consideradas as cargas de flexão aplicadas pelas bielas e as cargas de torção devido ao fenômeno da vibração torcional, calculadas para toda a faixa de rotações em que o motor trabalha. Está no escopo deste trabalho também apresentar um roteiro para estimativa dos parâmetros e para a seleção de absorvedores de vibração torcional, avaliando os efeitos estruturais da utilização de diversos tipos de absorvedores e da variação de seus parâmetros de inércia, rigidez e amortecimento.

Outro objetivo deste trabalho é a validação do modelo analítico proposto através do Método dos Elementos Finitos (**MEF**) utilizando modelos flexíveis, de forma a mostrar até que ponto o método analítico é válido e quais ajustes devem ser considerados durante o projeto de um novo virabrequim. Além disso, uma análise modal experimental também é realizada de forma a verificar os resultados dos modelos analítico e flexível.

O programa computacional referente aos modelos analíticos deste trabalho foi desenvolvido em linguagem **Matlab**[®] e ao mesmo está sendo atribuído o nome **CrankLab**. Os resultados obtidos com esse programa serão apresentados ao final de cada capítulo, utilizando essa denominação para melhor organização e entendimento dos mesmos. O fluxograma da Figura 1.4 apresenta a sequência de cálculos utilizada pelo **CrankLab**, com cada bloco correspondendo a um módulo independente.

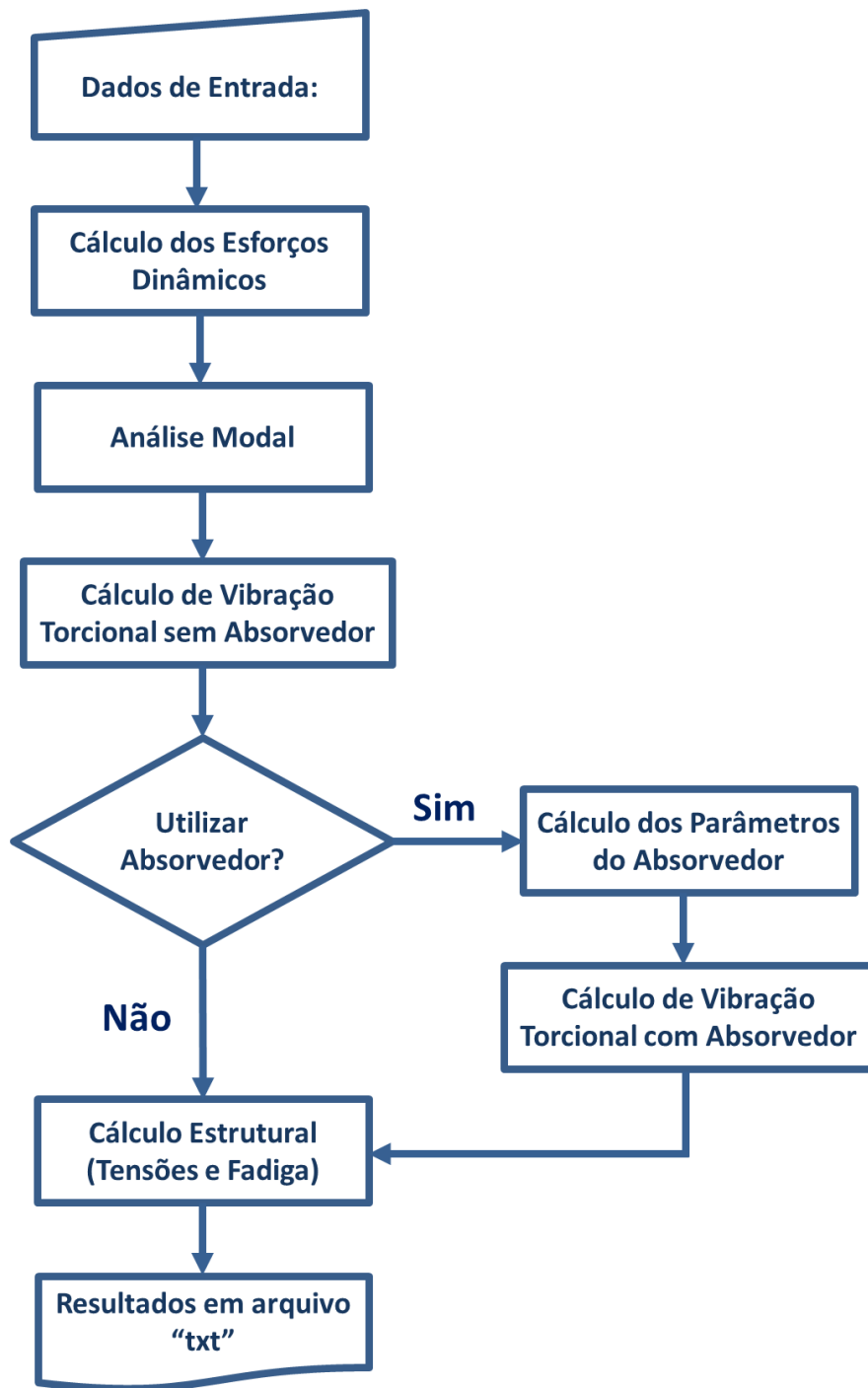


Figura 1.4: Fluxograma de funcionamento do programa **CrankLab**.

Os modelos flexíveis para as análises modais foram desenvolvidos no programa comercial **ANSYS** versão 14. Já os modelos flexíveis das análises dinâmicas transientes foram modelados e calculados a partir dos programas comerciais **ALTAIR Hyperworks** versão 12 e **AVL Excite** versão 2011.2, sendo este último dedicado para análises de componentes de **MCI**, o qual foi desenvolvido pela empresa austríaca **AVL List GmbH**.

1.4 Organização do Texto

O texto desta dissertação está organizado em capítulos, cada um deles contendo a uma descrição da teoria e apresentação os resultados referentes a cada tópico estudado. O Capítulo 2 apresenta um revisão da bibliografia utilizada no trabalho, mostrando o estado da arte relacionado à análise dinâmica e estrutural de virabrequins. O Capítulo 3 aborda o equacionamento dos modelos utilizados para o cálculo dos esforços dinâmicos de sistema pistão-biela-manivela com cilindros dispostos em V. No Capítulo 4 são apresentados os modelos analítica e flexível de análise modal de virabrequins, assim como os materiais e métodos envolvidos na análise modal experimental de um virabrequim. Nos Capítulos 5 e 6 são abordadas a análise de vibração torcional em virabrequins e a aplicação de absorvedores de vibração torcional para atenuação dos picos de vibração, respectivamente. No Capítulo 7 é apresentado o modelo analítico para cálculo de tensões e coeficientes de segurança de fadiga para as os raios de concordância dos virabrequins. As análises dinâmicas com modelos flexíveis, utilizando o pacote comercial **AVL Excite**, são apresentadas no Capítulo 8. Finalmente, as conclusões finais são apresentadas nos Capítulo 9 e as sugestões para trabalhos futuros no Capítulo 10.

2 Revisão Bibliográfica

A revisão da bibliografia utilizada neste trabalho está apresentada a seguir em ordem cronológica de publicação. Estão apresentados os trabalhos mais relevantes e que estão relacionados ao tema desta dissertação, sendo feita uma breve apresentação da metodologia utilizada e uma discussão dos resultados obtidos em cada publicação.

(KANG *et al.*, 1998) investigou modelos acoplados para virabrequins suspensos na condição livre-livre, considerando vibrações longitudinais, torcionais e de flexão. Foram utilizados modelos com elementos sólidos e elementos de viga para serem comparados com resultados experimentais. Dois casos foram estudados: um virabrequim de quatro cilindros em linha e um virabrequim de seis cilindros em V. Os resultados obtidos utilizando elementos sólidos tiveram excelente correlação com os experimentos, com erros menores do que 5%, enquanto que o modelo com elementos de viga não foram correlatos, apresentando erros maiores do que 40%.

(MENDES, 2005) desenvolveu uma metodologia para o cálculo das amplitudes de vibrações torcionais e torques gerados por estas condições de operação. A metodologia foi aplicada a um motor Diesel de 4 cilindros em linha, e os resultados foram comparados às amplitudes de vibração medidas experimentalmente em um motor similar. As amplitudes de vibração foram também calculadas a partir do programa comercial **Bricks** da empresa **AVL List GmbH**, mostrando bastante semelhança nos resultados obtidos experimentalmente e a partir da metodologia proposta. As Figuras 2.1 e 2.2 apresentam os torciogramas teórico e experimental, respectivamente, obtidos para um virabrequim Diesel de 6 cilindros em linha.

O cálculo de fadiga do virabrequim através de modelos analíticos ou flexíveis depende da combinação dos diversos tipos de carregamentos a que a peça é submetida. De acordo com (MENDES *et al.*, 2003), a tensão máxima principal é determinada combinando-se os efeitos das forças radiais, forças de inércia rotativas, torques de vibração e torque indicado do motor. A tensão mínima principal é resultado da combinação dos efeitos das forças de inércia de oscilação e rotativas, torques de vibração em sentido oposto e torque indicado. Pelo fato de, neste caso, as tensões de cisalhamento serem pequenas, uma vez que as vibrações torcionais apresentam baixas amplitudes, utilizou-se o critério de Goodman modificado para análises de tensões de flexão.

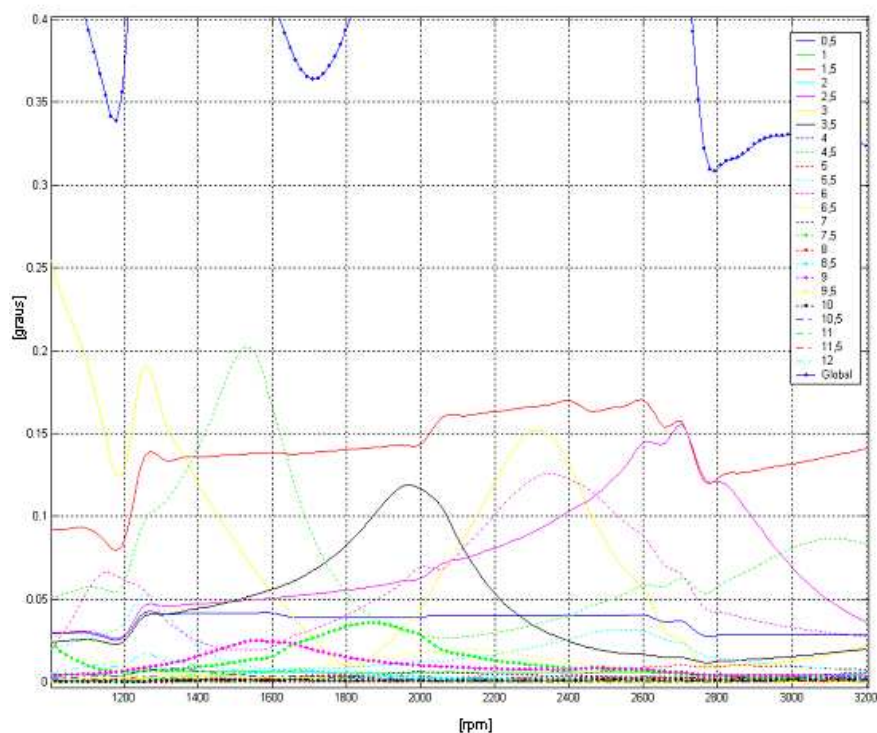


Figura 2.1: Torciograma teórico (MENDES *et al.*, 2003).

Um estudo realizado por (VILLALVA *et al.*, 2006) mostrou que o cálculo da rigidez torcional dos segmentos do virabrequim podem ser calculados a partir do **MEF**, tendo sido obtidos resultados correlatos com os obtidos a partir de formulações analíticas empíricas, desenvolvidas por alguns autores como Carter, Jackson, Ker Wilson, Timoshenko e **B.I.C.E.R.A.**, todas apresentadas em (NESTORIDES, 1958), dentre outras. Neste trabalho, foram também apresentados os resultados de rigidez torcional calculados pelo programa comercial **AVL Excite**, tendo sido também muito próximos dos obtidos analiticamente e pelo **MEF**. O programa da **AVL** utiliza a formulação desenvolvida pela **B.I.C.E.R.A.**, a qual está disponível em (AVL, 2011A).

Um trabalho de projeto e otimização de virabrequins foi proposto por (FERREIRA, 2008), utilizando resultados estruturais e a metodologia seis-sigma. A análise dinâmica foi realizada pelo método de integração numérica de Newmark. A partir da resposta de deslocamento torcional em regime permanente, calculou-se a amplitude de vibrações torcionais no volante de inércia através da aproximação linear, pelo método dos mínimos quadrados. A diferença máxima entre a curva de deslocamento e a aproximação linear corresponde à amplitude de vibração, da ordem de $0,02^\circ$ para

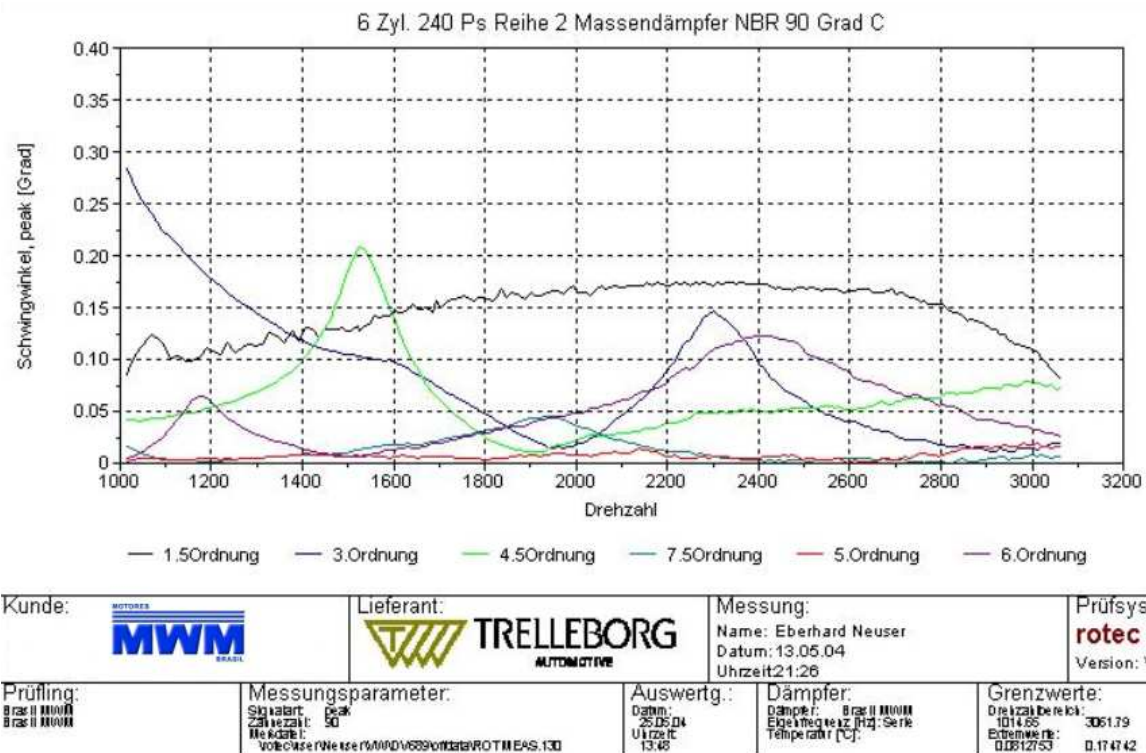


Figura 2.2: Torciograma experimental (MENDES *et al.*, 2003).

o caso estudado de um motor Diesel de quatro cilindros em linha, conforme mostrado na Figura 2.3, caso similar ao estudado por (MINUCCI, 2010) para cálculos de fadiga multiaxial.

O método utilizado por (FERREIRA, 2008) para os cálculos estruturais foram realizados a partir do **MEF** para apenas um segmento do virabrequim, aplicando os carregamentos calculados pelo método **Newton-Euler**, o mesmo abordado por (VILLALVA *et al.*, 2006) e (SANTOS, 2001). O cálculo do fator de segurança foi realizado segundo o critério clássico de Goodman com tensões equivalentes de von Mises, considerando dois casos de carga para a obtenção dos tensores de tensão médio e alternado:

1. força de combustão máxima;
2. força de combustão mínima.

Os dois casos de carga foram obtidos para duas condições críticas de funcionamento do motor,

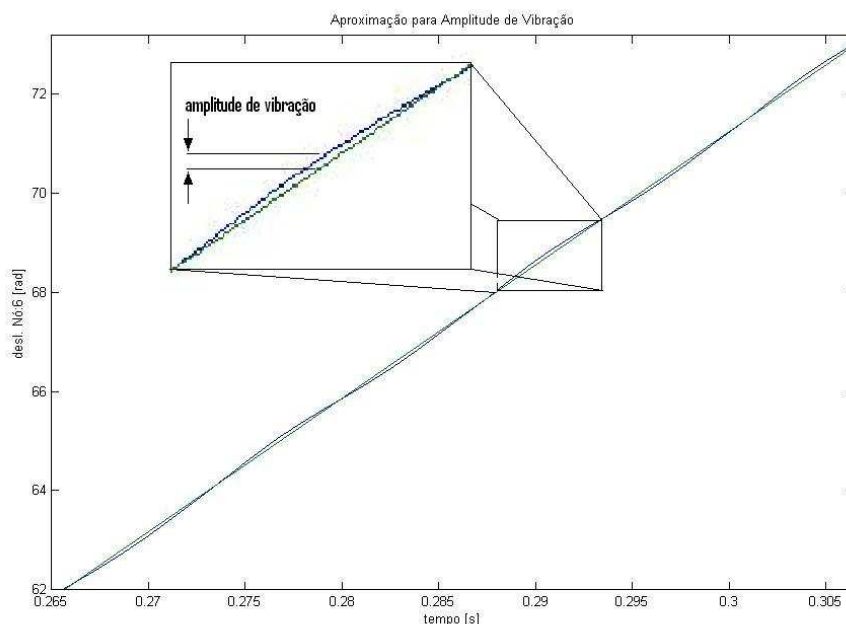


Figura 2.3: Resposta dinâmica: aproximação **MMQ** na região de regime permanente.

correspondendo ao máximo torque e à máxima rotação, resultando em coeficientes de segurança de fadiga 6,38 e 21,98, respectivamente.

(NEVES, 2010) tratou de análises dinâmicas do conjunto virabrequim e bielas de um motor Diesel de quatro cilindros em linha, considerando corpos flexíveis e o motor trabalhando em regime de velocidade angular constante e em regime de retomada de velocidade. Neste trabalho, foram efetuadas análises com modelos analíticos a fim de conhecer a sensibilidade de parâmetros geométricos do virabrequim e sua influência no desempenho e na dirigibilidade do veículo. O trabalho foi desenvolvido utilizando-se o programa comercial **RecurDyn**, tendo sido os resultados comparados com os obtidos por modelos unidimensionais apresentados por (VILLALVA, 2007) para cálculo das cargas no sistema, das vibrações torcionais, de tensões e de fadiga no virabrequim.

Verificou-se que o modelo do programa **RecurDyn** calcula reações dinâmicas muito diferentes das calculadas pelas formulações de dinâmica de corpos rígidos estudadas no presente trabalho, nas zonas de baixa pressão, caracterizadas pelos ciclos de admissão e exaustão. As diferenças se

devem ao fato de que no modelo do programa **RecurDyn**, foram incluídos os tensores de inércia de todos os componentes do **MCI**, diferentemente da formulação de **Newton-Euler** implementada na presente dissertação, que considerou apenas os momentos de inércia das bielas.

Um modelo simplificado para análise estrutural de virabrequins foi proposto por (DING E XIAOBO, 2011). A proposta consiste em se realizar o cálculo de tensões aplicando-se os esforços de combustão sobre o moente de um segmento do virabrequim, conforme Figura 2.4. Neste caso, os torques foram negligenciados pois considerou-se que o efeito do momento fletor tem maior influência na sollicitação do componente para o caso estudado. A força aplicada no moente foi calculada considerando-se uma distribuição polinomial na direção axial do mancal e uma distribuição senoidal na direção radial, contemplando um raio de 120° , conforme mostrado na Figura 2.5.

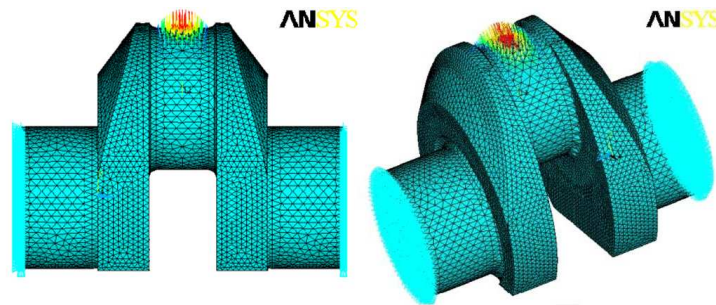


Figura 2.4: Condições de contorno utilizadas para análise do segmento do virabrequim pelo **MEF** (DING E XIAOBO, 2011).

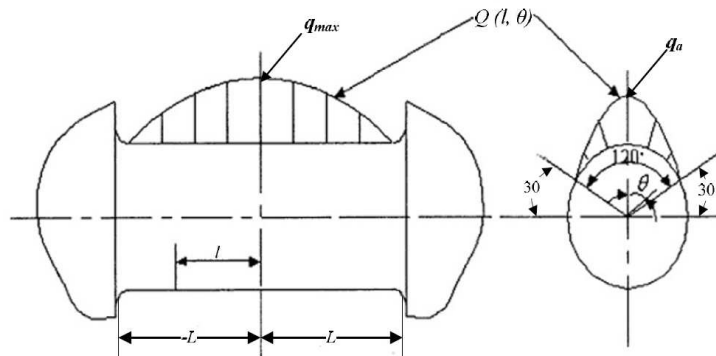
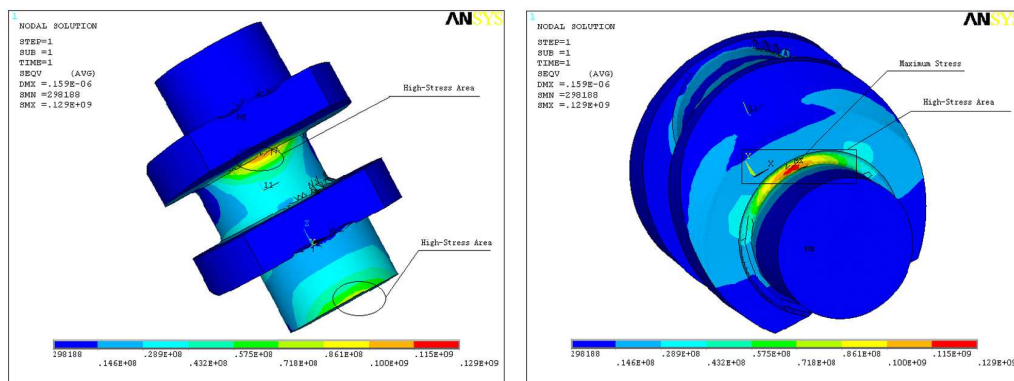


Figura 2.5: Cálculo da distribuição da força de combustão no moente do virabrequim (DING E XIAOBO, 2011).

Os gráficos de tensões obtidos estão apresentados na Figura 2.6, tendo sido os máximos de 110 MPa e 129 MPa nos raios do moente e do munhão, respectivamente. Esses resultados foram

comparados com as tensões máximas calculadas por formulação analítica, sendo 164 MPa e 192 MPa para os raios dos moentes e dos munhões, respectivamente. Portanto, neste caso o método analítico se mostrou muito mais conservador do que o modelo flexível. Este estudo está bem alinhado com a proposta desta dissertação, entretanto não foram consideradas as cargas de torção oriundas das forças tangenciais aplicadas no moente do virabrequim e do fenômeno da vibração torcional. Conforme será abordado neste texto, este fenômeno solicita o virabrequim de forma considerável e não pode ser negligenciado durante a análise do componente.



(a) Região crítica no raio do moente.

(b) Região crítica no raio do munhão.

Figura 2.6: Resultados de tensões obtidos para segmento do virabrequim (DING E XIAOBO, 2011).

Uma análise semelhante foi realizada por (YINGKUI E ZHIBO, 2011) para um virabrequim de um motor Diesel de quatro cilindros trabalhando a 2550 rpm. Nesse trabalho, a análise foi realizada para um modelo flexível completo do virabrequim, utilizando elementos tetraédricos de segunda ordem, aplicando-se nos moentes as forças compressivas provenientes da combustão no cilindro e as forças trativas exercidas pelas bielas quando os pistões se movem para cima. As condições de contorno estão mostradas na Figura 2.7, sendo a máxima força aplicada de 20 kN, e restrições de deslocamento na região da flange e da espiga.

Conforme mostrado na Figura 2.8, os valores máximos de tensão obtidos para os regiões dos raios do moente e do munhão foram 150 MPa e 211 MPa, respectivamente, concluindo que estas regiões são as mais críticas do componente.

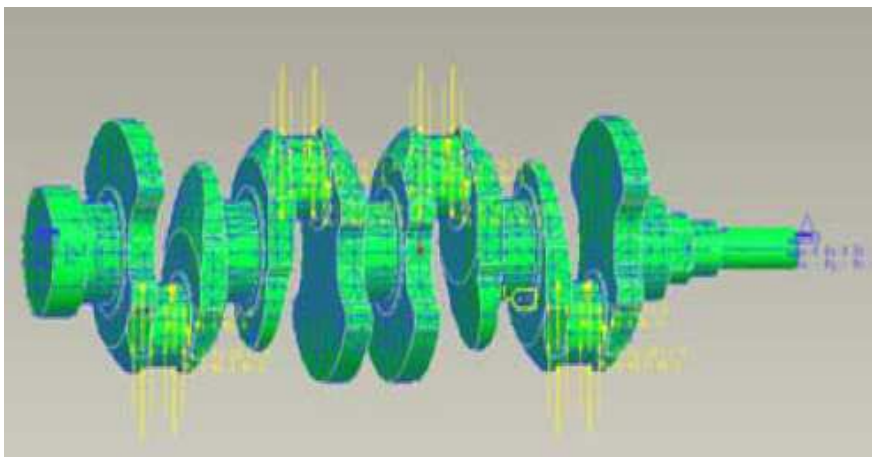
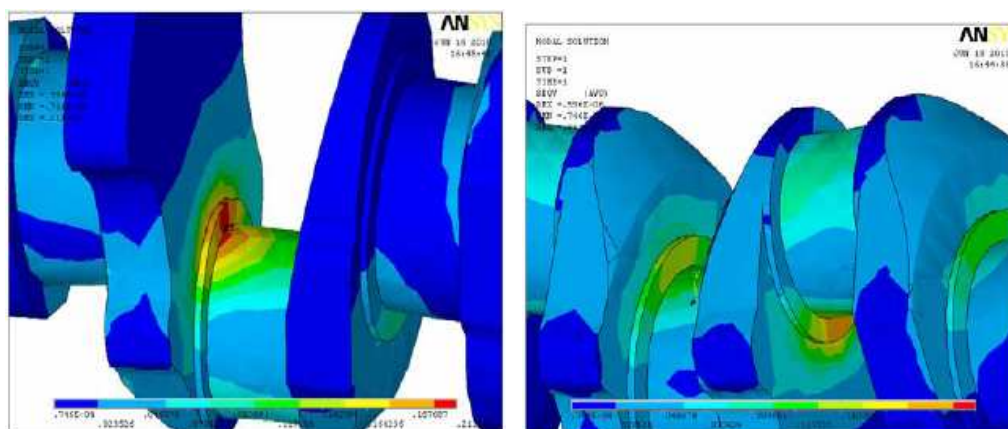


Figura 2.7: Condições de contorno utilizadas para análise do virabrequim pelo MEF (YINGKUI E ZHIBO, 2011).

Da mesma forma que realizado por (DING E XIAOBO, 2011), os esforços torcionais foram desconsiderados, o que não é recomendável e pode levar a conclusões errôneas a respeito da resistência do virabrequim em serviço no motor. Além disso, em ambos os estudos são utilizados modelos flexíveis estáticos, considerando apenas os casos de máxima carga de combustão e não são incluídos os efeitos dinâmicos que estariam presente em uma análise transiente.



(a) Região crítica no raio do moente.

(b) Região crítica no raio do mu-
nhão.

Figura 2.8: Resultados de tensões obtidos para o virabrequim (YINGKUI E ZHIBO, 2011).

3 Modelos para Cálculo de Forças Dinâmicas no Sistema Pistão-Biela-Manivela

A primeira etapa a ser realizada para uma análise dinâmica de um virabrequim consiste na determinação dos esforços aplicados sobre o mesmo. Basicamente há dois tipos de cargas que atuam sobre o componente: as forças de inércia e as forças de combustão, estas últimas calculadas a partir da curva de pressão no cilindro. Neste capítulo são apresentados dois modelos para cálculo de esforços de um sistema pistão-biela-manivela com cilindros dispostos em V. Para um motor com cilindros em linha, os modelos utilizados neste trabalho têm os mesmos equacionamentos apresentados por (SANTOS, 2001), (VILLALVA, 2007) e (NEVES, 2010) e, portanto, não serão apresentados aqui.

O primeiro modelo apresentado neste trabalho está baseado na Dinâmica de Múltiplos Corpos Rígidos e utiliza as equações de **Newton-Euler**. A segundo modelo apresentado se baseia na decomposição da força de inércia em parcelas oscilatória e rotativa. Este modelo está sendo denominado de **Tradicional** pois é amplamente utilizado na indústria automobilística e implementado em programas comerciais como o **AVL Excite**. Como será visto, as forças de inércia são proporcionais ao quadrado da velocidade angular de giro do virabrequim. A formulação baseada na Dinâmica de Múltiplos Corpos descreve mais precisamente a força de inércia no sistema considerado. Observa-se que na região na qual a força de combustão não está presente, o termo mais importante para gerar as forças de reação nos pinos é o termo de inércia. Espera-se uma diferença mais acentuada entre as duas formulações somente fora da região de explosão, onde os termos de inércia são mais importantes.

Há ainda outros métodos capazes de serem aplicados ao sistema pistão-biela-manivela, como por exemplo os métodos de Lagrange ou de Eksbergian, que são baseados no balanço de energia do sistema e capazes de equacionar o mecanismo como um todo de forma muito mais simples, sem necessidade de escrever equações para cada elemento do sistema. Entretanto, a maior facilidade para a determinação dos esforços internos do sistema pistão-biela-manivela justifica a aplicação dos métodos descritos a seguir neste texto.

Os parâmetros geométricos do motor, necessários para os cálculos analíticos, estão listados a

seguir e ilustrados na Figura 3.1.

- R_0 : raio do virabrequim (meio curso do pistão);
- L : comprimento da biela (distância entre olhais);
- L_{CG} : distância entre olhal maior e centro de gravidade da biela;
- D_p : diâmetro do pistão;
- D_c : diâmetro do moente*;
- D_j : diâmetro do munhão*;
- d_c : diâmetro interno do moente (eixo vazado)*;
- d_j : diâmetro interno do munhão (eixo vazado)*;
- r_c : raio de concordância do moente*
- r_j : raio de concordância do munhão*
- L_c : comprimento do moente (sem raios)*;
- L_j : comprimento do munhão (sem raios)*;
- L_w : espessura do braço da manivela*;
- B_{max} : largura do braço da manivela (centro do munhão)*;
- B_{min} : largura do braço da manivela (centro do moente)*.

* parâmetros utilizados somente para o cálculo de tensões, conforme será apresentado no Capítulo 7.

A seguir são apresentados os modelos de cálculo de forças dinâmicas para um motor com cilindros dispostos em V. São aplicados o modelo de cálculo baseado na dinâmica de múltiplos corpos rígidos, utilizando as equações de **Newton-Euler**, e o modelo **Tradicional**, mais simplificado e comumente utilizado em pacotes comerciais.

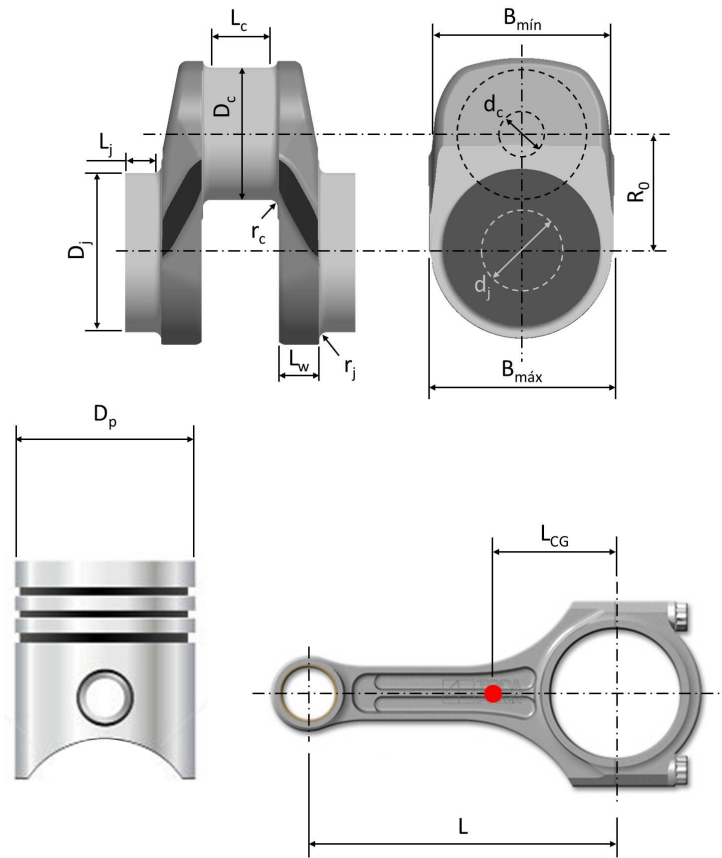


Figura 3.1: Parâmetros geométricos do motor.

3.1 Curvas de Pressão no Cilindro

A curva de pressão dentro do cilindro pode ser levantada experimentalmente através de um transdutor de pressão instalado dentro do cilindro ou através de cálculos analíticos, a partir do estudo dos ciclos termodinâmicos Otto ou Diesel. A Figura 3.2 mostra um exemplo de curva de pressão absoluta para um motor de ciclo Otto movido à gasolina.

Uma forma de estimar a curva de pressão é através da curva de potência do motor. Utilizando o equacionamento do ciclo termodinâmico e conhecendo a potência do motor para cada rotação, pode-se calcular a pressão média efetiva (**pme**) em função do ângulo de giro do virabrequim. A Figura 3.3 apresenta o diagrama pressão-volume para o ciclo Otto padrão a ar.



Figura 3.2: Curva de pressão no cilindro para um motor de ciclo Otto.

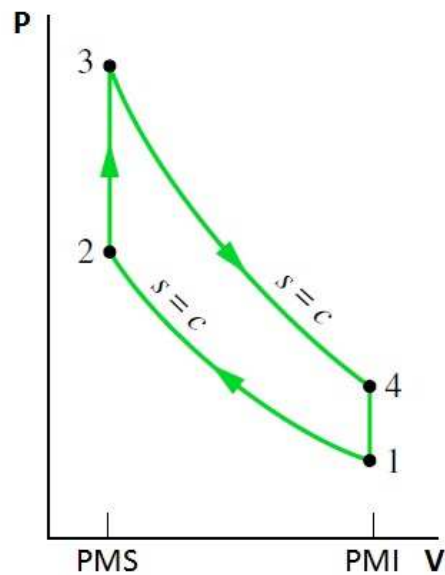


Figura 3.3: Diagrama P-V para o Ciclo Otto padrão a ar.

O processo 1 – 2 corresponde a uma compressão isentrópica do ar, conforme o pistão se move do ponto morto inferior (**PMI**) para o ponto morto superior (**PMS**). A relação entre a pressão e o volume é dada por

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^k \Rightarrow P_2 = P_1 RC^k \quad (3.1)$$

sendo RC a taxa de compressão definida como a relação da equação (3.2), e $k = \frac{c_p}{c_v}$ a razão de calores específicos do ar.

$$RC = \frac{\vartheta_{PMI}}{\vartheta_{PMS}} = \frac{\vartheta_1}{\vartheta_2} \quad (3.2)$$

ϑ_{PMS} e ϑ_{PMI} correspondem aos volumes na câmara de combustão quando o pistão está no **PMS** e no **PMI**, respectivamente.

O processo 2 – 3 corresponde à combustão, quando ocorre a transferência de calor para o ar a volume constante, enquanto o pistão permanece no **PMS**, sendo $\vartheta_3 = \vartheta_2 = \vartheta_{PMS}$ e $P_3 = P_{max}$.

O processo 3 – 4 corresponde à expansão isoentrópica, conforme o pistão se move do **PMS** para o **PMI**. A relação entre a pressão e o volume é dada por

$$\frac{P_4}{P_3} = \left(\frac{\vartheta_3}{\vartheta_4} \right)^k \Rightarrow P_4 = P_3 \left(\frac{1}{RC} \right)^k \quad (3.3)$$

O processo 4 – 1 completa o ciclo por um processo de volume constante, no qual o calor é rejeitado pelo ar no cilindro, enquanto o pistão permanece no **PMI**, sendo $\vartheta_4 = \vartheta_1 = \vartheta_{PMI}$.

O volume deslocado quando pistão se move do **PMS** para o **PMI**, ou vice-versa, é dado por

$$\vartheta_{desl} = \pi \frac{D_p^2}{4} 2r \quad (3.4)$$

sendo r o raio do virabrequim (meio curso do pistão) e D_p o diâmetro do pistão.

A relação entre o volume morto ϑ_{PMS} e o volume deslocado ϑ_{desl} é dada por

$$\vartheta_{PMS} = \frac{\vartheta_{desl}}{(RC - 1)} \quad (3.5)$$

De acordo com (HEYWOOD, 1988), a pressão média efetiva (**pme**) é dada por

$$pme = \frac{W \times n}{N \times \vartheta_{desl} \times \omega} \quad (3.6)$$

sendo W a potência efetiva do motor, n o número de revoluções por ciclo de combustão ($n = 2$ para motores de quatro tempos), N o número de cilindros do motor e ω a rotação do virabrequim.

A pressão média indicada (**pmi**) é definida conforme

$$pmi = \frac{pme}{\eta_{mec}} \quad (3.7)$$

sendo η_{mec} a eficiência mecânica do sistema.

A potência indicada corresponde à potência que seria produzida pelo motor se não houvessem perdas por atrito durante seu funcionamento. Os fatores que influenciam na eficiência mecânica do motor são as perdas por atrito entre as partes móveis do motor (pistões, biela e virabrequim e etc), as perdas devido ao acionamento de equipamentos auxiliares (bomba de água, alternador, bomba de óleo, compressor de ar condicionado e etc), perdas por depressão e contrapressão durante as fases de admissão e de escape, respectivamente e etc.

Dois dos métodos mais utilizados para a determinação da potência de atrito dissipada em um **MCI** são o teste de Morse e a reta de Willan, sendo este último mais recomendado para motores Diesel. Esses métodos estão descritos em (BRUNETTI, 2012), sendo que maiores detalhes dos testes de Morse e de Willian estão disponíveis em (MARTYR E PLINT, 2007) e (SOUZA, 2009), respectivamente.

A Figura 3.4 apresenta valores de eficiência mecânica medidas experimentalmente por (SOUZA, 2009) para um motor Diesel de quatro tempos monocilíndrico com injeção direta de combustível da marca AGRAL e modelo M95W. Para valores intermediários de potência, é razoável utilizar um valor de $\eta_{mec} = 0,5$.

Os dois equacionamentos apresentados a seguir, modelagem pela dinâmica de corpos rígidos utilizando as equações de **Newton-Euler** e a modelagem pela dinâmica **Tradicional**, foram implementados no programa **CrankLab** e os resultados serão comparados aos obtidos pelo programa comercial **AVL Excite** no final do capítulo.

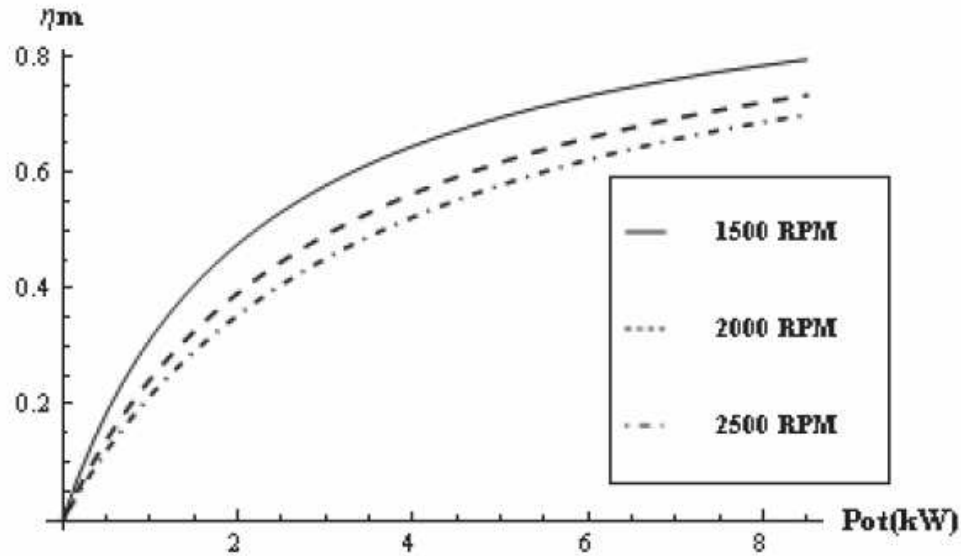


Figura 3.4: Curvas de eficiência mecânica obtidas experimentalmente para um motor Diesel (SOUZA, 2009).

3.2 Modelagem pela Dinâmica de Múltiplos Corpos Rígidos e Equações de Newton-Euler

O modelo de dinâmica de múltiplos corpos rígidos apresentado neste capítulo foi baseado na formulação desenvolvida por (SANTOS, 2001) para um sistema pistão-biela-manivela de um motor monocilíndrico, correspondendo a um método de cálculo vetorial onde determinam-se expressões para deslocamento, velocidade e aceleração de cada elemento do sistema através de um sistema matricial e posteriormente aplicam-se as equações de **Newton-Euler**. A Figura 3.5 mostra o sistema pistão-biela-manivela de um motor com dois cilindros dispostos em V e os sistemas de coordenadas global e local de cada elemento do sistema.

A seguir são apresentados os equacionamentos para a cinemática e para a cinética referentes a este sistema.

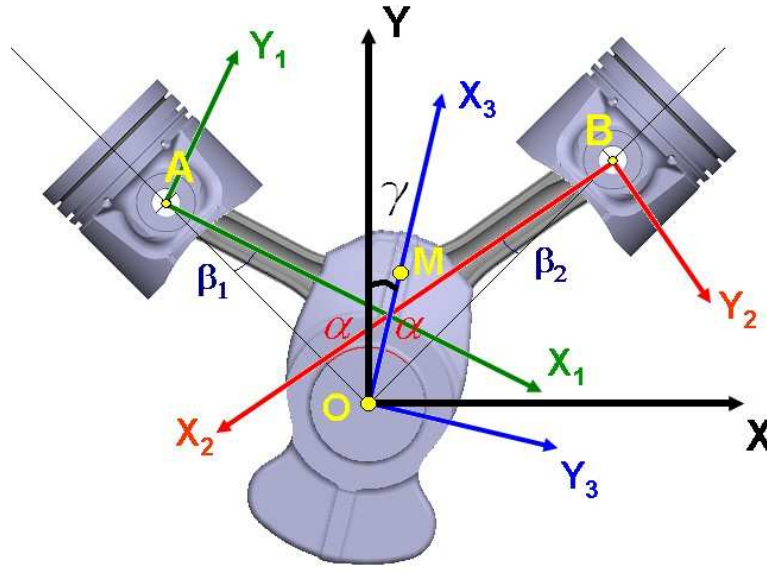


Figura 3.5: Mecanismo pistão-biela-manivela com cilindros dispostos em V.

3.2.1 Cinemática

A Sistemas de referência e matrizes de transformação

O sistema de referência inercial $I (X, Y)$ está no centro da manivela. Empregam-se dois sistemas móveis de referência: o sistema $B_1 (X_1, Y_1)$ está solidário à biela 1, localizada na bancada de cilindros à esquerda (bancada A); o sistema $B_2 (X_2, Y_2)$ está solidário à biela 2, localizada na bancada de cilindros à direita (bancada B); o sistema $B_3 (X_3, Y_3)$ está solidário à manivela.

O ângulo acionador é denotado por γ , enquanto que os ângulos movidos do sistema são denotados, respectivamente, por β_1 e β_2 , conforme indicado na Figura 3.5. A relação entre eles é dada pelas

$$\beta_1 = \arcsin \left(\frac{r}{L} \sin(\gamma + \alpha) \right) = \lambda \sin(\gamma + \alpha). \quad (3.8)$$

$$\beta_2 = \arcsin\left(\frac{r}{L} \sin(\gamma - \alpha)\right) = \lambda \sin(\gamma - \alpha), \quad (3.9)$$

sendo r o raio da manivela, L o comprimento das bielas e $\lambda = r/L$ a relação entre estas duas variáveis.

As matrizes de transformação transpostas, utilizadas para realizar a transformação dos vetores para o sistema de coordenadas inercial I , a partir dos sistemas de coordenadas móveis B_1 , B_2 e B_3 são dadas por

$$T_{\beta_1}^T = \begin{bmatrix} \sin(\beta_1 + \alpha) & \cos(\beta_1 + \alpha) & 0 \\ -\cos(\beta_1 + \alpha) & \sin(\beta_1 + \alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

$$T_{\beta_2}^T = \begin{bmatrix} \sin(\beta_2 - \alpha) & \cos(\beta_2 - \alpha) & 0 \\ -\cos(\beta_2 - \alpha) & \sin(\beta_2 - \alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.11)$$

$$T_{\gamma}^T = \begin{bmatrix} \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

Dessa forma, utilizando estas matrizes de transformação, pode-se transformar do sistema móvel para o sistema inercial, conforme

$${}_I\vec{s} = T_B^T \vec{s}. \quad (3.13)$$

B Velocidades e acelerações

As velocidades angulares das bases móveis B_1 , B_2 e B_3 são dadas, respectivamente, por

$${}_{B_1}\vec{\Omega}_1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\beta}_1 \end{Bmatrix}, \quad {}_{B_2}\vec{\Omega}_2 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\beta}_2 \end{Bmatrix} \quad \text{e} \quad {}_{B_2}\vec{\Omega}_3 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\gamma} \end{Bmatrix}$$

As grandezas referentes aos elementos que compõe o sistema mecânico podem ser escritas na forma vetorial, da forma

$${}_{B_1}\vec{L}_1 = \begin{Bmatrix} L \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow {}_I\vec{L}_1 = T_{\beta_1 B_1}^T \vec{L}_1 \Rightarrow {}_I\vec{L}_1 = \begin{Bmatrix} L \sin(\beta_1 + \alpha) \\ -L \cos(\beta_1 + \alpha) \\ 0 \end{Bmatrix},$$

$${}_{B_2}\vec{L}_2 = \begin{Bmatrix} L \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow {}_I\vec{L}_2 = T_{\beta_2 B_2}^T \vec{L}_2 \Rightarrow {}_I\vec{L}_2 = \begin{Bmatrix} L \sin(\beta_2 - \alpha) \\ -L \cos(\beta_2 - \alpha) \\ 0 \end{Bmatrix},$$

$${}_{B_3}\vec{r} = \begin{Bmatrix} r \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow {}_I\vec{r} = T_{\gamma B_3}^T \vec{r} \Rightarrow {}_I\vec{r} = \begin{Bmatrix} r \sin \gamma \\ r \cos \gamma \\ 0 \end{Bmatrix}.$$

A velocidade do ponto M na base inercial, com o auxílio da base B_1 , pode ser determinada a partir de

$${}_I\vec{v}_M = {}_I\vec{v}_A + {}_I\vec{\Omega}_1 \times {}_I\vec{L}_1 + {}_I\vec{v}_{rel_{AM}}. \quad (3.14)$$

Como \vec{L}_1 é constante, o último termo da equação (3.14) é nulo. Portanto, a velocidade do ponto M pode ser escrita conforme

$${}_I\vec{v}_M = {}_I\vec{v}_A + {}_I\vec{\Omega}_1 \times {}_I\vec{L}_1. \quad (3.15)$$

Com auxílio da base B_2 , a mesma velocidade do ponto M é escrita conforme

$${}_I\vec{v}_M = {}_I\vec{v}_B + {}_I\vec{\Omega}_2 \times {}_I\vec{L}_2 + {}_I\vec{v}_{rel_{BM}}. \quad (3.16)$$

Como \vec{L}_2 é constante, o último termo da equação (3.16) é nulo. Então, a velocidade do ponto M pode ser escrita conforme

$${}_I\vec{v}_M = {}_I\vec{v}_B + {}_I\vec{\Omega}_2 \times {}_I\vec{L}_2. \quad (3.17)$$

Com o auxílio da base B_3 , solidária à manivela, a velocidade do ponto M também pode ser escrita conforme

$${}_I\vec{v}_M = {}_I\vec{v}_O + {}_I\vec{\Omega}_3 \times {}_I\vec{r}_{OM} + {}_I\vec{v}_{rel_{OM}}. \quad (3.18)$$

sendo \vec{v}_O a velocidade do ponto O , a qual é nula. Como \vec{r}_{OM} é constante, o último termo da equação (3.18) é também nulo e, portanto, a velocidade do ponto O pode ser escrita conforme

$${}_I\vec{v}_M = {}_I\vec{\Omega}_3 \times {}_I\vec{r}_{OM}. \quad (3.19)$$

Como as bielas 1 e 2 e a manivela estão acopladas através do ponto M , a velocidade deste ponto, tanto no sistema móvel da manivela como para os sistemas móveis de cada uma das bielas é a mesma. Logo, pode-se fazer a igualdade entre as equações para determinar as velocidades do ponto A (v_A) e do ponto B (v_B), assim como as derivadas dos ângulos movidos β_1 e β_2 .

Igualando as velocidades do ponto M obtidas anteriormente com o auxílio das bases B_1 e B_3 , ou seja, igualando-se as equações (3.15) e (3.19), tem-se

$$\left\{ \begin{array}{c} v_A \sin \alpha \\ -v_A \cos \alpha \\ 0 \end{array} \right\} + \left| \begin{array}{ccc} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \dot{\gamma} \\ r \sin \gamma & r \cos \gamma & 0 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{ccc} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & -\dot{\beta}_1 \\ -L \sin(\beta_1 + \alpha) & -L \cos(\beta_1 + \alpha) & 0 \end{array} \right| \quad (3.20)$$

Resolvendo os determinantes de ambos os lados da equação (3.20), tem-se

$$\begin{Bmatrix} -r\dot{\gamma} \cos \gamma \\ r\dot{\gamma} \sin \gamma \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} v_A \sin \alpha \\ -v_A \cos \alpha \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -L\dot{\beta}_1 \cos(\beta_1 + \alpha) \\ -L\dot{\beta}_1 \sin(\beta_1 + \alpha) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.21)$$

Colocando a equação (3.21) na forma matricial, tem-se o seguinte sistema de equações

$$\begin{bmatrix} \sin \alpha & -L \cos(\beta_1 + \alpha) \\ -\cos \alpha & -L \sin(\beta_1 + \alpha) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_A \\ \dot{\beta}_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -r\dot{\gamma} \cos \gamma \\ r\dot{\gamma} \sin \gamma \end{Bmatrix} \quad (3.22)$$

Resolvendo o sistema matricial da equação (3.22), obtém-se as equações para v_A e $\dot{\beta}_1$

$$v_A = \frac{\begin{vmatrix} -r\dot{\gamma} \cos \gamma & -L \cos(\beta_1 + \alpha) \\ r\dot{\gamma} \sin \gamma & -L \sin(\beta_1 + \alpha) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \sin \alpha & -L \cos(\beta_1 + \alpha) \\ -\cos \alpha & -L \sin(\beta_1 + \alpha) \end{vmatrix}} = -\frac{r\dot{\gamma} \sin(\alpha + \beta_1 + \gamma)}{\cos(\beta_1)}; \quad (3.23)$$

$$\dot{\beta}_1 = \frac{\begin{vmatrix} \sin \alpha & -r\dot{\gamma} \cos \gamma \\ -\cos \alpha & r\dot{\gamma} \sin \gamma \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \sin \alpha & -L \cos(\beta_1 + \alpha) \\ -\cos \alpha & -L \sin(\beta_1 + \alpha) \end{vmatrix}} = -\frac{r\dot{\gamma} \cos(\gamma + \alpha)}{L \cos(\beta_1)}. \quad (3.24)$$

Igualando as velocidades do ponto M , obtidas anteriormente com o auxílio das bases B_2 e B_3 , ou seja, igualando-se as equações (3.17) e (3.19), tem-se

$$\begin{Bmatrix} -v_B \sin \alpha \\ -v_B \cos \alpha \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \dot{\gamma} \\ r \sin \gamma & r \cos \gamma & 0 \end{vmatrix} = \begin{Bmatrix} -v_B \sin \alpha \\ -v_B \cos \alpha \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \dot{\beta}_2 \\ L \sin(\beta_2 - \alpha) & -L \cos(\beta_2 - \alpha) & 0 \end{vmatrix} \quad (3.25)$$

Resolvendo os determinantes de ambos os lados da equação (3.25), tem-se

$$\begin{pmatrix} -r\dot{\gamma} \cos \gamma \\ r\dot{\gamma} \sin \gamma \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -v_B \sin \alpha \\ -v_B \cos \alpha \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L\dot{\beta}_2 \cos(\beta_2 - \alpha) \\ L\dot{\beta}_2 \sin(\beta_2 - \alpha) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

Colocando a equação (3.26) na forma matricial, tem-se o seguinte sistema de equações

$$\begin{bmatrix} -\sin \alpha & L \cos(\beta_2 - \alpha) \\ -\cos \alpha & L \sin(\beta_2 - \alpha) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_B \\ \dot{\beta}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -r\dot{\gamma} \cos \gamma \\ r\dot{\gamma} \sin \gamma \end{Bmatrix} \quad (3.27)$$

Resolvendo o sistema matricial da equação (3.27), obtém-se as equações para v_B e $\dot{\beta}_2$

$$v_B = \frac{\begin{vmatrix} -r\dot{\gamma} \cos \gamma & L \cos(\beta_2 - \alpha) \\ r\dot{\gamma} \sin \gamma & L \sin(\beta_2 - \alpha) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -\sin \alpha & L \cos(\beta_2 - \alpha) \\ -\cos \alpha & L \sin(\beta_2 - \alpha) \end{vmatrix}} = -\frac{r\dot{\gamma} \sin(\beta_2 - \alpha + \gamma)}{\cos(\beta_2)}; \quad (3.28)$$

$$\dot{\beta}_2 = \frac{\begin{vmatrix} -\sin \alpha & -r\dot{\gamma} \cos \gamma \\ -\cos \alpha & r\dot{\gamma} \sin \gamma \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -\sin \alpha & L \cos(\beta_2 - \alpha) \\ -\cos \alpha & L \sin(\beta_2 - \alpha) \end{vmatrix}} = \frac{-r\dot{\gamma} \cos(\gamma - \alpha)}{L \cos(\beta_2)}. \quad (3.29)$$

Supondo que a manivela gira com velocidade angular constante e em sentido horário, as acelerações angulares das bases móveis B_1 , B_2 e B_3 são dadas por

$${}_{B_1}\dot{\vec{\Omega}}_1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\ddot{\beta}_1 \end{Bmatrix}, \quad {}_{B_2}\dot{\vec{\Omega}}_2 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\beta}_2 \end{Bmatrix} \quad \text{e} \quad {}_{B_3}\dot{\vec{\Omega}}_3 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Com o auxílio da base B_1 , pode-se escrever a seguinte equação para a aceleração do ponto M ,

conforme

$${}_I\vec{a}_M = {}_I\vec{a}_A + {}_I\dot{\vec{\Omega}}_1 \times {}_I\vec{L}_1 + {}_I\vec{\Omega}_1 \times ({}_I\vec{\Omega}_1 \times {}_I\vec{L}_1) + 2{}_I\vec{\Omega}_1 \times {}_I\vec{v}_{rel} + {}_I\vec{a}_{rel}. \quad (3.30)$$

Como os corpos envolvidos são rígidos, o comprimento \vec{L}_1 é constante e os termos $2{}_I\vec{\Omega}_1 \times {}_I\vec{v}_{rel}$ e ${}_I\vec{a}_{rel}$ da equação (3.30) são nulos. Então, a equação (3.30) pode ser reescrita conforme.

$${}_I\vec{a}_M = {}_I\vec{a}_A + {}_I\dot{\vec{\Omega}}_1 \times {}_I\vec{L}_1 + {}_I\vec{\Omega}_1 \times ({}_I\vec{\Omega}_1 \times {}_I\vec{L}_1). \quad (3.31)$$

De forma análoga ao caso das velocidades, a aceleração do ponto M pode ser escrita com auxílio da base B_2 , conforme

$${}_I\vec{a}_M = {}_I\vec{a}_B + {}_I\dot{\vec{\Omega}}_2 \times {}_I\vec{L}_2 + {}_I\vec{\Omega}_2 \times ({}_I\vec{\Omega}_2 \times {}_I\vec{L}_2) + 2{}_I\vec{\Omega}_2 \times {}_I\vec{v}_{rel} + {}_I\vec{a}_{rel}. \quad (3.32)$$

Como \vec{L}_2 é constante, os termos $2{}_I\vec{\Omega}_2 \times {}_I\vec{v}_{rel}$ e ${}_I\vec{a}_{rel}$ da equação (3.32) são nulos. Então, a equação (3.32) pode ser reescrita conforme

$${}_I\vec{a}_M = {}_I\vec{a}_B + {}_I\dot{\vec{\Omega}}_2 \times {}_I\vec{L}_2 + {}_I\vec{\Omega}_2 \times ({}_I\vec{\Omega}_2 \times {}_I\vec{L}_2). \quad (3.33)$$

A aceleração do ponto M pode ainda ser escrita com o auxílio da base B_3 , conforme

$${}_I\vec{a}_M = {}_I\vec{a}_O + {}_I\dot{\vec{\Omega}}_3 \times {}_I\vec{r}_{OM} + {}_I\vec{\Omega}_3 \times ({}_I\vec{\Omega}_3 \times {}_I\vec{r}_{OM}) + 2{}_I\vec{\Omega}_3 \times {}_I\vec{v}_{rel} + {}_I\vec{a}_{rel}. \quad (3.34)$$

Como \vec{r}_{OM} é constante, os termos $2{}_I\vec{\Omega}_3 \times {}_I\vec{v}_{rel}$ e ${}_I\vec{a}_{rel}$ da equação (3.34) são nulos. Além disso,

como a manivela gira a velocidade constante, o termo ${}_I\dot{\vec{\Omega}}_3 \times {}_I\vec{r}_{OM}$ também é nulo.

O termo ${}_I\vec{a}_O$ é também nulo, pois trata-se da aceleração do ponto O , referente ao centro de rotação da manivela, o qual não se move. Então a equação (3.34) pode ser reescrita conforme

$${}_I\vec{a}_M = {}_I\vec{\Omega}_3 \times ({}_I\vec{\Omega}_3 \times {}_I\vec{r}_{OM}). \quad (3.35)$$

Uma vez que o ponto M conecta a manivela e as duas bielas, pode-se afirmar que, para o mecanismo funcionar, a aceleração do ponto M , calculada com o auxílio da base B_3 , deve ser igual à aceleração calculada com o auxílio das bases B_1 e B_2 .

Igualando as acelerações do ponto M obtidas anteriormente com o auxílio das bases B_1 e B_3 , ou seja, igualando-se as equações (3.31) e (3.35), tem-se

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\gamma} \end{Bmatrix} \times \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \dot{\gamma} \\ r \sin \gamma & r \cos \gamma & 0 \end{vmatrix} &= \begin{Bmatrix} a_A \sin \alpha \\ -a_A \cos \alpha \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\beta}_1 \end{Bmatrix} \times \\ &\times \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & -\dot{\beta}_1 \\ L \sin(\beta_1 + \alpha) & -L \cos(\beta_1 + \alpha) & 0 \end{vmatrix} + \\ &+ \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & -\ddot{\beta}_1 \\ L \sin(\beta_1 + \alpha) & -L \cos(\beta_1 + \alpha) & 0 \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (3.36)$$

Resolvendo os determinantes de ambos os lados da equação (3.36), tem-se

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} -r\dot{\gamma}^2 \sin \gamma \\ -r\dot{\gamma}^2 \cos \gamma \\ 0 \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} a_A \sin \alpha \\ -a_A \cos \alpha \\ 0 \end{Bmatrix} + \\ &+ \begin{Bmatrix} -L\dot{\beta}_1^2 \sin(\beta_1 + \alpha) \\ L\dot{\beta}_1^2 \cos(\beta_1 + \alpha) \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -L\ddot{\beta}_1 \cos(\beta_1 + \alpha) \\ -L\ddot{\beta}_1 \sin(\beta_1 + \alpha) \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.37)$$

Colocando a equação (3.37) na forma matricial, tem-se o seguinte sistema de equações

$$\begin{bmatrix} \sin \alpha & -L \cos(\beta_1 + \alpha) \\ -\cos \alpha & -L \sin(\beta_1 + \alpha) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_A \\ \ddot{\beta}_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -r\dot{\gamma}^2 \sin \gamma + L\dot{\beta}_1^2 \sin(\beta_1 + \alpha) \\ -r\dot{\gamma}^2 \cos \gamma - L\dot{\beta}_1^2 \cos(\beta_1 + \alpha) \end{Bmatrix} \quad (3.38)$$

Resolvendo o sistema matricial da equação (3.38), obtém-se as equações para a_A e $\ddot{\beta}_1$

$$a_A = \frac{r\dot{\gamma}^2 \cos(\beta_1 + \alpha + \gamma) + L\dot{\beta}_1^2}{\cos(\beta_1)} \quad (3.39)$$

$$\ddot{\beta}_1 = \frac{r\dot{\gamma}^2 \sin(\alpha + \gamma) - L\dot{\beta}_1^2 \sin(\beta_1)}{L \cos(\beta_1)}. \quad (3.40)$$

Igualando as acelerações do ponto M obtidas anteriormente com o auxílio das bases B_2 e B_3 , ou seja, igualando-se as equações (3.33) e (3.35), tem-se

$$\begin{aligned} & \begin{Bmatrix} -r\dot{\gamma}^2 \sin \gamma \\ -r\dot{\gamma}^2 \cos \gamma \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -a_B \sin \alpha \\ -a_B \cos \alpha \\ 0 \end{Bmatrix} + \\ & + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \dot{\beta}_2 \\ L\dot{\beta}_2 \sin(\beta_2 - \alpha) & L\dot{\beta}_2 \cos(\beta_2 - \alpha) & 0 \end{vmatrix} + \begin{Bmatrix} L\ddot{\beta}_2 \cos(\beta_2 - \alpha) \\ L\ddot{\beta}_2 \sin(\beta_2 - \alpha) \\ 0 \end{Bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.41)$$

Resolvendo o determinate do lado direito da equação (3.41), tem-se

$$\begin{aligned} & \begin{Bmatrix} -r\dot{\gamma}^2 \sin \gamma \\ -r\dot{\gamma}^2 \cos \gamma \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -a_B \sin \alpha \\ -a_B \cos \alpha \\ 0 \end{Bmatrix} + \\ & + \begin{Bmatrix} -L\dot{\beta}_2^2 \sin(\beta_2 - \alpha) \\ L\dot{\beta}_2^2 \cos(\beta_2 - \alpha) \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} L\ddot{\beta}_2 \cos(\beta_2 - \alpha) \\ L\ddot{\beta}_2 \sin(\beta_2 - \alpha) \\ 0 \end{Bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Colocando a equação (3.42) na forma matricial, tem-se o seguinte sistema de equações

$$\begin{bmatrix} -\sin \alpha & L \cos(\beta_2 - \alpha) \\ -\cos \alpha & L \sin(\beta_2 - \alpha) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_B \\ \ddot{\beta}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -r\dot{\gamma}^2 \sin \gamma + L\dot{\beta}_2^2 \sin(\beta_2 - \alpha) \\ -r\dot{\gamma}^2 \cos \gamma - L\dot{\beta}_2^2 \cos(\beta_2 - \alpha) \end{Bmatrix} \quad (3.43)$$

Resolvendo o sistema matricial da equação (3.43), obtém-se as equações para a_B e $\ddot{\beta}_2$

$$a_B = \frac{r\dot{\gamma}^2 \cos(\beta_2 - \alpha + \gamma) + L\dot{\beta}_2^2}{\cos(\beta_2)}; \quad (3.44)$$

$$\ddot{\beta}_2 = \frac{-r\dot{\gamma}^2 \sin(\gamma - \alpha) + L\dot{\beta}_2^2 \sin(\beta_2)}{L \cos(\beta_2)}. \quad (3.45)$$

3.2.2 Cinética

Com a cinemática do sistema pistão-biela-manivela definida, aplica-se as equações de Newton e Euler para determinar as reações dinâmicas em cada um dos pontos de ligação entre os elementos do sistema. Observa-se que a biela da bancada A , a biela da bancada B e a manivela, designadas como corpos 1, 2 e 3, respectivamente, são tratados como corpos rígidos, enquanto que os pistões da esquerda e da direita, respectivamente denominados corpos 4 e 5, são modelados como partículas.

A Corpo 1 - Biela 1

A Figura 3.6 ilustra o diagrama de corpo livre da biela 1, indicando o seu peso próprio (P_1) e as reações nos olhais menor (F_{4x}, F_{4y}) e maior (F_{1x}, F_{1y}).

Aplicando-se a Segunda Lei de Newton, com os vetores de força representados na base inercial, tem-se a seguinte equação vetorial de equilíbrio

$${}_I\vec{P}_1 + {}_I\vec{F}_1 - {}_I\vec{F}_4 = m_{1I}\vec{a}_1, \quad (3.46)$$

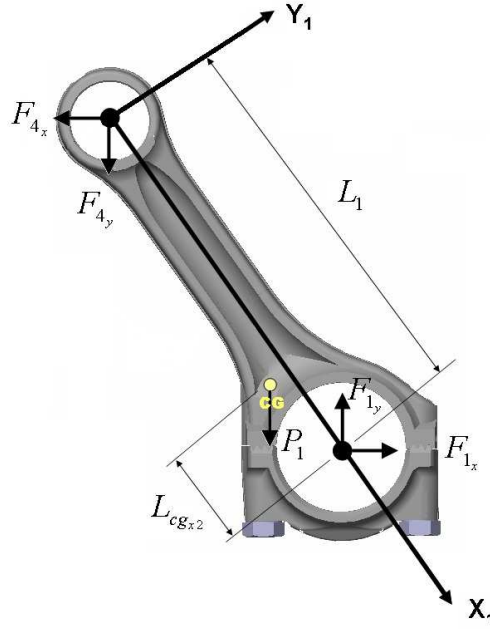


Figura 3.6: Diagrama de corpo livre da biela 1.

sendo ${}_I\vec{P}_1 = \begin{Bmatrix} 0 & -m_1g & 0 \end{Bmatrix}^T$ o peso próprio da biela, ${}_I\vec{F}_1 = \begin{Bmatrix} F_{1x} & F_{1y} & 0 \end{Bmatrix}^T$ a força de reação no olhal maior, ${}_I\vec{F}_1 = \begin{Bmatrix} F_{4x} & F_{4y} & 0 \end{Bmatrix}^T$ a força de reação no olhal menor e ${}_I\vec{a}_1$ o vetor aceleração do centro de massa da biela 1 na base inercial.

Substituindo esses vetores na equação (3.46), tem-se

$$\begin{aligned} & \begin{Bmatrix} 0 \\ -m_1g \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -F_{4x} \\ -F_{4y} \\ 0 \end{Bmatrix} = \\ & = m_1 \begin{Bmatrix} a_A \sin \alpha - (L - L_{cg})\ddot{\beta}_1 \cos(\beta_1 + \alpha) - (L - L_{cg})\dot{\beta}_1^2 \sin(\beta_1 + \alpha) \\ -a_A \cos \alpha - (L - L_{cg})\ddot{\beta}_1 \sin(\beta_1 + \alpha) + (L - L_{cg})\dot{\beta}_1^2 \cos(\beta_1 + \alpha) \\ 0 \end{Bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.47)$$

Considerando o somatório de momentos em relação ao centro de massa da biela 1, a equação de

Euler fica

$$\sum_{i=1}^n {}_{B_1}\vec{M}_{CM1} = {}_{B_1}I_{CM1} \frac{d}{dt}({}_{B_1}\vec{\omega}_1) + {}_{B_1}\vec{\Omega}_1 \times ({}_{B_1}I_{CM1} {}_{B_1}\vec{\omega}_1) + m_1 {}_{B_1}\vec{\rho}_{CM1} \times {}_{B_1}\vec{a}_{CM1},$$

sendo ${}_{B_1}\vec{\omega}_1$ a velocidade angular do corpo 1 (neste caso, igual à velocidade angular da base B_1); I_{CM1} é o tensor de inércia do corpo em relação ao centro de massa da biela 1 e ${}_{B_1}\vec{\rho}_{CM1} = \vec{0}$. Como o tensor de inércia é calculado na base B_1 e, assumindo que a biela 1 seja um corpo simétrico, o tensor de inércia ${}_{B_1}I_{CM1}$ é constante e diagonal, ou seja,

$${}_{B_1}I_{CM1} = \begin{bmatrix} I_{xx1} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy1} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz1} \end{bmatrix}.$$

Assim, a equação de Euler se reduz a

$${}_{B_1}\vec{r}_{CM1M} \times T_{\beta_1} \left({}_I\vec{F}_1 \right) + {}_{B_1}\vec{r}_{CM1A} \times T_{\beta_1} {}_I\vec{F}_4 = {}_{B_1}I_{CM1} {}_{B_1}\dot{\vec{\Omega}}_1,$$

sendo ${}_{B_1}\vec{r}_{CM1M} = \begin{Bmatrix} L_{cg} & 0 & 0 \end{Bmatrix}^T$ o vetor posição do centro de massa da biela 1 ao olhal maior e ${}_{B_1}\vec{r}_{CM1A} = \begin{Bmatrix} -(L - L_{cg}) & 0 & 0 \end{Bmatrix}^T$ o vetor posição do centro de massa da biela 1 ao olhal menor. Efetuando as operações indicadas, obtém-se a seguinte equação de equilíbrio

$$\begin{aligned} & L_{cg} (F_{1x} \cos(\beta_1 + \alpha) + F_{1y} \sin(\beta_1 + \alpha)) + \\ & + (L - L_{cg}) (F_{4x} \cos(\beta_1 + \alpha) + F_{4y} \sin(\beta_1 + \alpha)) = -I_{zz1} \ddot{\beta}_1. \end{aligned} \quad (3.48)$$

B Corpo 2 - Biela 2

A Figura 3.7 ilustra o diagrama de corpo livre da biela 2, indicando o seu peso próprio (P_2) e as reações nos olhais menor (F_{5x}, F_{5y}) e maior (F_{2x}, F_{2y}).

Aplicando-se a Segunda Lei de Newton, com os vetores de força representados na base iner-

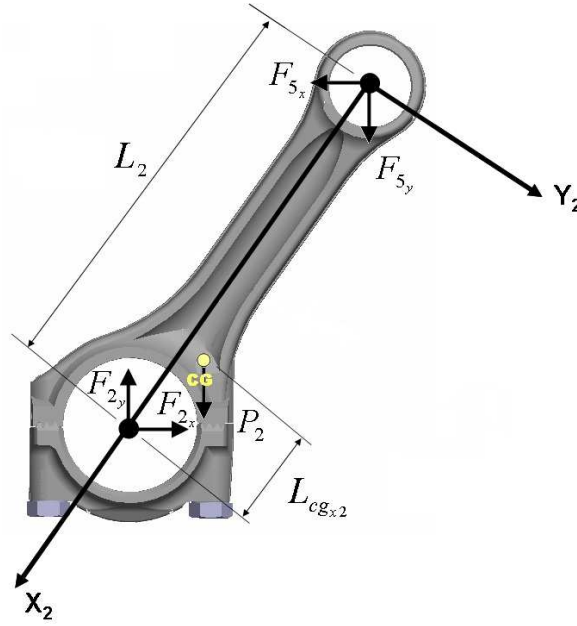


Figura 3.7: Diagrama de corpo livre da biela 2.

cial, tem-se a seguinte equação vetorial de equilíbrio

$${}_I\vec{P}_2 + {}_I\vec{F}_2 - {}_I\vec{F}_5 = m_2{}_I\vec{a}_2, \quad (3.49)$$

sendo ${}_I\vec{P}_2 = \begin{Bmatrix} 0 & -m_2g & 0 \end{Bmatrix}^T$ o peso próprio da biela, ${}_I\vec{F}_2 = \begin{Bmatrix} F_{2x} & F_{2y} & 0 \end{Bmatrix}^T$ a força de reação no olhal maior, ${}_I\vec{F}_5 = \begin{Bmatrix} F_{2x} & F_{2y} & 0 \end{Bmatrix}^T$ a força de reação no olhal menor e \vec{a}_2 o vetor aceleração do centro de massa da biela 2 na base inercial.

Substituindo esses vetores na equação (3.49), tem-se

$$\begin{aligned} & \begin{Bmatrix} 0 \\ -m_2g \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{2x} \\ F_{2y} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -F_{5x} \\ -F_{5y} \\ 0 \end{Bmatrix} = \\ & = m_2 \begin{Bmatrix} -a_B \sin \alpha + (L - L_{cg})\ddot{\beta}_2 \cos(\beta_2 - \alpha) - (L - L_{cg})\dot{\beta}_2^2 \sin(\beta_2 - \alpha) \\ -a_B \cos \alpha + (L - L_{cg})\ddot{\beta}_2 \sin(\beta_2 - \alpha) + (L - L_{cg})\dot{\beta}_2^2 \cos(\beta_2 - \alpha) \\ 0 \end{Bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.50)$$

Considerando o somatório de momentos em relação ao centro de massa da biela 2, a equação de Euler fica

$$\sum_{i=1}^n {}_{B_2} \vec{M}_{CM2} = {}_{B_2} I_{CM2} \frac{d}{dt} ({}_{B_2} \vec{\omega}_2) + {}_{B_2} \vec{\Omega}_2 \times ({}_{B_2} I_{CM2} {}_{B_2} \vec{\omega}_2) + m_2 {}_{B_2} \vec{\rho}_{CM2} \times {}_{B_2} \vec{a}_{CM2},$$

sendo ${}_{B_2} \vec{\omega}_2$ a velocidade angular do corpo 2 (no caso igual a velocidade angular da base B_2); I_{CM2} é o tensor de inércia do corpo em relação ao centro de massa da biela 2 e ${}_{B_2} \vec{\rho}_{CM2} = \vec{0}$.

Como o tensor de inércia é calculado na base B_2 e, assumindo que a biela 2 seja um corpo simétrico, o tensor de inércia ${}_{B_2} I_{CM2}$ é constante e diagonal, ou seja,

$${}_{B_2} I_{CM2} = \begin{bmatrix} I_{xx2} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy2} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz2} \end{bmatrix}.$$

Assim, a equação de Euler se reduz a

$${}_{B_2} \vec{r}_{CM2M} \times T_{\beta_2} ({}_I \vec{F}_2) + {}_{B_2} \vec{r}_{CM2B} \times T_{\beta_2} ({}_I \vec{F}_5) = {}_{B_2} I_{CM2} {}_{B_2} \dot{\vec{\Omega}}_2,$$

sendo ${}_{B_2} \vec{r}_{CM2M} = \begin{Bmatrix} L_{cg} & 0 & 0 \end{Bmatrix}^T$ o vetor posição do centro de massa da biela 2 ao olhal maior e ${}_{B_2} \vec{r}_{CM2B} = \begin{Bmatrix} -(L - L_{cg}) & 0 & 0 \end{Bmatrix}^T$ o vetor posição do centro de massa da biela 2 ao olhal menor.

Efetuada as operações indicadas, obtém-se a seguinte equação de equilíbrio

$$\begin{aligned} & L_{cg} (F_{2x} \cos(\beta_2 - \alpha) - F_{2y} \sin(\beta_2 - \alpha)) + \\ & + (L - L_{cg}) (F_{5x} \cos(\beta_2 - \alpha) + F_{5y} \sin(\beta_2 - \alpha)) = I_{zz2} \ddot{\beta}_2. \end{aligned} \quad (3.51)$$

C Corpo 3 - Manivela

A Figura 3.8 ilustra o diagrama de corpo livre da manivela indicando as reações no mancal principal (F_{3x}, F_{3y}) e olhais maiores (F_{1x}, F_{1y}, F_{2x} e F_{2y}), o torque resultante (M_{3z}) e o peso pró-

prio (P_3) aplicado no centro de massa (CM) da manivela. A Figura 3.8 considera uma manivela desbalanceada na qual o ponto O e o centro de massa não coincidem.

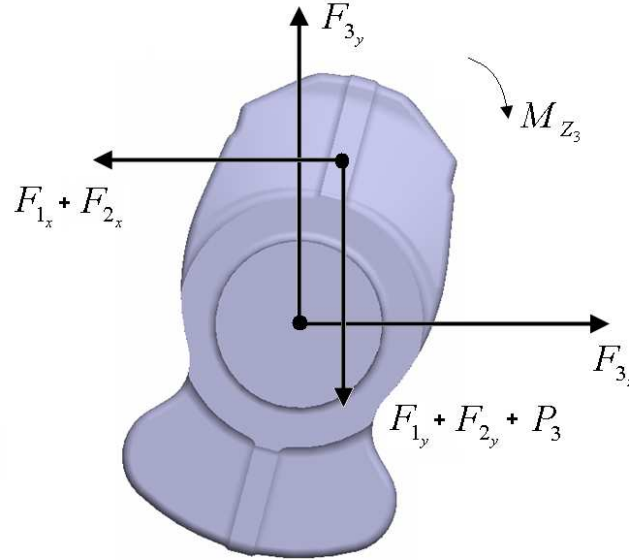


Figura 3.8: Diagrama de corpo livre da manivela.

Aplicando-se a Segunda Lei de Newton, com os vetores representados na base inercial, obtém-se a seguinte equação vetorial de equilíbrio

$${}_I\vec{P}_3 + {}_I\vec{F}_1 + {}_I\vec{F}_2 + {}_I\vec{F}_3 = m_3{}_I\vec{a}_3, \quad (3.52)$$

sendo ${}_I\vec{P}_3 = \begin{Bmatrix} 0 & -m_3g & 0 \end{Bmatrix}^T$ o peso da manivela, ${}_I\vec{F}_3 = \begin{Bmatrix} F_{3x} & F_{3y} & 0 \end{Bmatrix}^T$ as reações no mancal principal e ${}_I\vec{F}_1 + {}_I\vec{F}_2 = \begin{Bmatrix} F_{1x} + F_{2x} & F_{1y} + F_{2y} & 0 \end{Bmatrix}^T$ as reações nos olhais maiores de ambas as bielas. A aceleração do centro de massa ${}_I\vec{a}_3$ da manivela corresponde à aceleração centrípeta e descreve um movimento circular uniforme com a manivela girando a uma velocidade constante.

Substituindo esses vetores na equação de equilíbrio (3.52), obtém-se

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ -m_3g \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{3x} \\ F_{3y} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -F_{1x} \\ -F_{1y} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -F_{2x} \\ -F_{2y} \\ 0 \end{Bmatrix} = m_3 \begin{Bmatrix} -r\dot{\gamma}^2 \sin \gamma \\ -r\dot{\gamma}^2 \cos \gamma \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (3.53)$$

Fazendo o somatório de momentos em relação ao ponto M da manivela (moente) na base B_3 , a equação de Euler é expressa como

$$\sum_{i=1}^n {}_{B_3}\vec{M}_M = {}_{B_3}I_M \frac{d}{dt}({}_{B_3}\vec{\omega}_3) + {}_{B_3}\vec{\Omega}_3 \times ({}_{B_3}I_M {}_{B_3}\vec{\omega}_3) + m_3 {}_{B_3}\vec{\rho}_M \times {}_{B_3}\vec{a}_M,$$

sendo ${}_{B_3}\vec{\omega}_3$ a velocidade angular do corpo 3 (no caso igual a velocidade angular da base B_3); ${}_{B_3}\vec{\rho}_M$ o vetor com origem no ponto M e fim no centro de massa do corpo e, como neste caso ambos são coincidentes, esse vetor é nulo; e ${}_{B_3}I_M$ é o tensor de inércia do corpo 3 em relação ao ponto M . Além disso, como $\vec{\omega}_3$ é constante, o lado direito da expressão anterior é nulo.

Tomando os momentos das forças em relação ao ponto M , tem-se

$${}_{B_3}\vec{r}_{MO} \times T_{\gamma I}\vec{F}_3 + {}_{B_3}\vec{T} = \vec{0}, \quad (3.54)$$

sendo ${}_{B_3}\vec{T} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 & M_{3z} \end{matrix} \right\}^T$ o torque na manivela. Efetuando as operações indicadas na equação (3.54), determina-se a seguinte equação de equilíbrio

$$-r(F_{3x} \cos \gamma - F_{3y} \sin \gamma) + M_{3z} = 0. \quad (3.55)$$

D Corpo 4 - Pistão (bancada A)

A Figura 3.9 ilustra o diagrama de corpo livre do pistão da bancada A, o qual será modelado como uma partícula.

Aplicando-se a Segunda Lei de Newton, com os vetores representados na base inercial, tem-se

$${}_I\vec{P}_4 + {}_IF_{N_4} + {}_IF_4 + {}_IF_{comb_4} = m_4 {}_I\vec{a}_4, \quad (3.56)$$

sendo ${}_I\vec{P}_4 = \left\{ \begin{matrix} 0 & -m_4 g & 0 \end{matrix} \right\}^T$ o peso do pistão; ${}_IF_{N_4} = \left\{ \begin{matrix} -F_{N_4} \cos \alpha & -F_{N_4} \sin \alpha & 0 \end{matrix} \right\}^T$ a força normal de contato entre o pistão e o cilindro; ${}_IF_{comb_4} =$

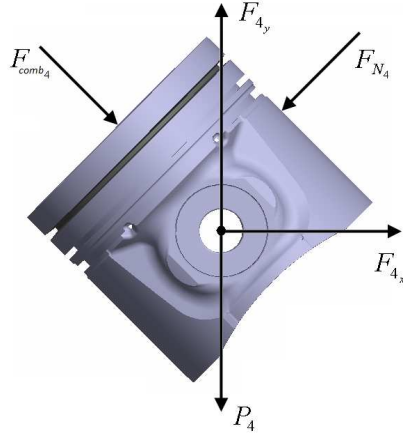


Figura 3.9: Diagrama de corpo livre do pistão da bancada A.

$\left\{ \begin{matrix} F_{comb_4} \sin \alpha & -F_{comb_4} \cos \alpha & 0 \end{matrix} \right\}^T$ a força de combustão e $\vec{a}_4 = \left\{ \begin{matrix} a_A \sin \alpha & -a_A \cos \alpha & 0 \end{matrix} \right\}^T$ a aceleração do pistão.

Portanto, substituindo esses vetores da equação (3.56), tem-se

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{matrix} 0 \\ -m_4 g \\ 0 \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} -F_{N_4} \cos \alpha \\ -F_{N_4} \sin \alpha \\ 0 \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} F_{4x} \\ F_{4y} \\ 0 \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} F_{comb_4} \sin \alpha \\ -F_{comb_4} \cos \alpha \\ 0 \end{matrix} \right\} = \\ = m_4 \left\{ \begin{matrix} a_A \sin \alpha \\ -a_A \cos \alpha \\ 0 \end{matrix} \right\}. \end{aligned} \quad (3.57)$$

A força de combustão é dada por

$$F_{comb_4} = P \frac{\pi D_p^2}{4}, \quad (3.58)$$

sendo P a pressão interna do cilindro e D_p o diâmetro do pistão.

E Corpo 5 - Pistão (bancada B)

A Figura 3.10 ilustra o diagrama de corpo livre do pistão da bancada B, o qual será também modelado como uma partícula.

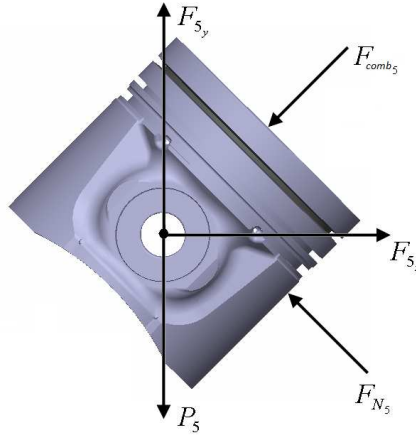


Figura 3.10: Diagrama de corpo livre do pistão da bancada B.

Aplicando-se a Segunda Lei de Newton, com os vetores representados na base inercial, tem-se

$${}_I \vec{P}_5 + {}_I \vec{F}_{N_5} + {}_I \vec{F}_5 + {}_I \vec{F}_{comb_5} = m_5 {}_I \vec{a}_5, \quad (3.59)$$

sendo ${}_I \vec{P}_5 = \begin{Bmatrix} 0 & -m_5 g & 0 \end{Bmatrix}^T$ o peso do pistão; ${}_I \vec{F}_{N_5} = \begin{Bmatrix} -F_{N_5} \cos \alpha & F_{N_5} \sin \alpha & 0 \end{Bmatrix}^T$ a força normal de contato entre o pistão e o cilindro; ${}_I \vec{F}_{comb_5} = \begin{Bmatrix} -F_{comb_5} \sin \alpha & -F_{comb_5} \cos \alpha & 0 \end{Bmatrix}^T$ a força de combustão e $\vec{a}_5 = \begin{Bmatrix} -a_B \sin \alpha & -a_B \cos \alpha & 0 \end{Bmatrix}^T$ a aceleração do pistão.

Portanto, substituindo esses vetores da equação (3.59), tem-se

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} 0 \\ -m_5 g \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -F_{N_5} \cos \alpha \\ F_{N_5} \sin \alpha \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{5x} \\ F_{5y} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -F_{comb_5} \sin \alpha \\ -F_{comb_5} \cos \alpha \\ 0 \end{Bmatrix} = \\ = m_5 \begin{Bmatrix} -a_B \sin \alpha \\ -a_B \cos \alpha \\ 0 \end{Bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.60)$$

A força de combustão é dada por

$$F_{comb_5} = P \frac{\pi D_p^2}{4}, \quad (3.61)$$

sendo P a pressão dentro do cilindro e D_p o diâmetro do pistão.

3.2.3 Sistema de equações

As equações de equilíbrio (3.47), (3.48), (3.50), (3.51), (3.53), (3.55), (3.57) e (3.60) podem ser colocadas na forma de um sistema de equações, cujas incógnitas são os esforços dinâmicos. Esse sistema é resolvido para cada ponto da curva de pressão empregada, ou seja, para um ciclo completo de duas revoluções da manivela.

3.3 Modelagem Dinâmica Tradicional

O método Tradicional é também conhecido como método algébrico, que consiste basicamente na dedução direta de expressões analíticas que traduzem a posição dos elementos de um sistema em função das características geométricas do mecanismo. O procedimento de obtenção dos parâmetros cinemáticos e dinâmicos de um sistema pistão-biela-manivela para um motor com cilindros dispostos em V é análogo ao realizado para um motor em linha, conforme apresentado em (VILLALVA *et al.*, 2006). A diferença está apenas na decomposição das componentes das forças de gás e de inércia devido ao maior número de elementos e à inclinação das bancadas. As equações

da modelagem **Tradicional** apresentadas neste capítulo foram baseadas nas referências (CHALLEN E BARANESCU, 1999) e (AVL, 2011A).

3.3.1 Cinemática

A posição instantânea do pistão A pode ser descrita em função dos ângulos da Figura 3.11 conforme a equação (3.62).

$$x_A = r(1 - \cos(\gamma + \alpha)) + L \left(\frac{\lambda}{2} \right)^2 [1 - \cos(2(\gamma + \alpha))] \quad (3.62)$$

sendo $\lambda = r/L$.

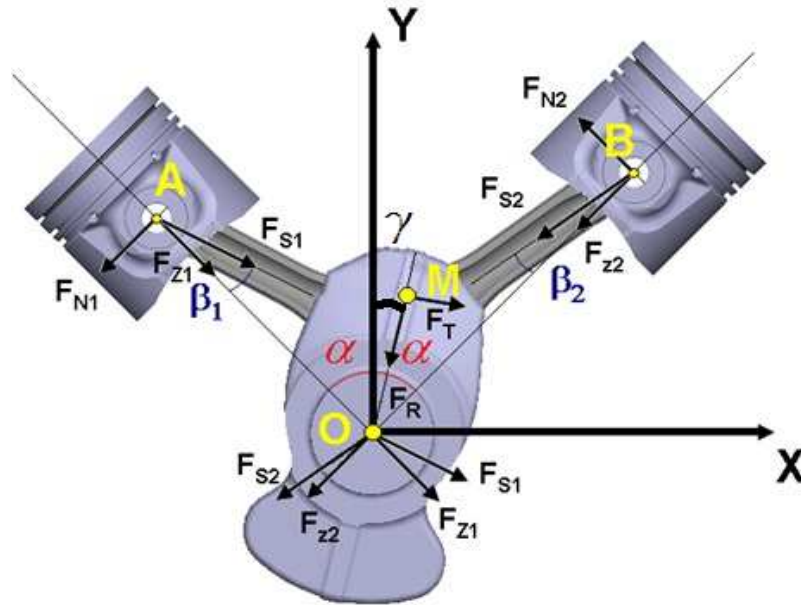


Figura 3.11: Diagrama de corpo livre para a modelagem tradicional.

A partir da Figura 3.11, tem-se a seguinte relação

$$\sin \beta_1 = \frac{r}{L} \sin(\gamma + \alpha) = \lambda \sin(\gamma + \alpha).$$

Consequentemente,

$$\cos \beta_1 = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 (\gamma + \alpha)}.$$

Como a relação λ é sempre pequena, os termos ordem maior que 2 podem ser desprezados sem grandes perdas de precisão nos resultados. Portanto, a equação final que descreve o deslocamento do pistão é dada por

$$x = r (1 - \cos \gamma) + L \left(\frac{\lambda}{2} \right)^2 (1 - \cos 2\gamma). \quad (3.63)$$

Definido o vetor posição do pistão A, as expressões de velocidade e aceleração são dadas pelas equações (3.64) e (3.65), respectivamente.

$$v_A = \dot{x} = \dot{\gamma} r \left[\sin (\gamma + \alpha) + \frac{\lambda}{2} \sin (2(\gamma + \alpha)) \right], \quad (3.64)$$

$$a_A = \ddot{x} = \dot{\gamma}^2 r [\cos (\gamma + \alpha) + \lambda \cos (2(\gamma + \alpha))]. \quad (3.65)$$

A posição instantânea do pistão B pode ser também descrita em função dos ângulos da Figura 3.11 conforme

$$x_B = r (1 - \cos (\gamma - \alpha)) + L \left(\frac{\lambda}{2} \right)^2 [1 - \cos (2(\gamma - \alpha))] \quad (3.66)$$

sendo $\lambda = r/L$.

A partir da Figura 3.11, tem-se a seguinte relação

$$\sin \beta_2 = \frac{r}{L} \sin (\gamma - \alpha) = \lambda \sin (\gamma - \alpha).$$

Consequentemente,

$$\cos \beta_2 = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2(\gamma - \alpha)}.$$

Definido o vetor posição do pistão A, as expressões de velocidade e aceleração são dadas pelas equações (3.67) e (3.68), respectivamente.

$$v_B = \dot{x} = \dot{\gamma}r \left[\sin(\gamma - \alpha) + \frac{\lambda}{2} \sin(2(\gamma - \alpha)) \right], \quad (3.67)$$

$$a_B = \ddot{x} = \dot{\gamma}^2 r [\cos(\gamma - \alpha) + \lambda \cos(2(\gamma - \alpha))]. \quad (3.68)$$

3.3.2 Cinética

No modelo **Tradicional** para motor com cilindros dispostos em V, a força de inércia é decomposta em duas parcelas, sendo uma de oscilação e outra de rotação. Além disso, há duas forças de oscilação, sendo que uma é devido ao pistão A e à biela 1 e outra devido ao pistão B e à biela 2. A força de rotação é composta pelas parcelas das forças de rotação da manivela e de cada uma das bielas.

A força de inércia de oscilação devido ao pistão A e à biela 1 é dada por

$$F_{o_1} = m_{o_1} \dot{\gamma}^2 r [\cos(\gamma + \alpha) + \lambda \sin(2(\gamma + \alpha))]. \quad (3.69)$$

A força de inércia de oscilação devido ao pistão B e à biela 2 é dada por

$$F_{o_2} = m_{o_2} \dot{\gamma}^2 r [\cos(\gamma - \alpha) + \lambda \sin(2(\gamma - \alpha))], \quad (3.70)$$

sendo $m_{o_1} = (1/3)m_1 + m_A$ a massa de oscilação relativa ao pistão A e à biela 1, com m_1 e m_A sendo as massas da biela 1 e do pistão A, respectivamente. A massa de oscilação relativa ao pistão

B e à biela 2 é expressa como $m_{o_2} = (1/3)m_2 + m_B$, sendo m_2 e m_B as massas da biela 2 e do pistão B , respectivamente.

A força resultante no pistão A, desconsiderando a força de inércia, é dada por

$$F_{Z_1} = F_{comb_1}. \quad (3.71)$$

A força resultante no pistão B, desconsiderando a força de inércia, é dada por

$$F_{Z_2} = F_{comb_2}. \quad (3.72)$$

A força de inércia de rotação é definida conforme

$$F_r = m_r \dot{\gamma}^2 r, \quad (3.73)$$

sendo $m_r = \frac{2}{3}(m_1 + m_2) + m_3$ a massa de rotação. A massa m_3 corresponde à massa da manivela. Essa força de rotação é composta pelas forças de rotação relacionadas a cada biela, F_{r_1} e F_{r_2} , mais a força de rotação da manivela.

A força tangencial atuante na manivela é calculada conforme

$$F_T = F_{Z_1} \frac{\sin(\gamma + \alpha + \beta_1)}{\cos \beta_1} + F_{Z_2} \frac{\sin(\gamma - \alpha + \beta_2)}{\cos \beta_2}. \quad (3.74)$$

A força normal na parede do cilindro A é determinada por

$$F_{N_1} = F_{Z_1} \tan \beta_1. \quad (3.75)$$

A força normal na parede do cilindro B é determinada por

$$F_{N_2} = F_{Z_2} \tan \beta_2. \quad (3.76)$$

A força radial atuante na manivela é calculada conforme

$$F_R = F_{Z_1} \frac{\cos(\gamma + \alpha + \beta_1)}{\cos \beta_1} + F_{Z_2} \frac{\cos(\gamma - \alpha + \beta_2)}{\cos \beta_2}. \quad (3.77)$$

As forças resultantes nas bielas 1 e 2 são dadas por

$$F_{S_1} = \frac{F_{Z_1}}{\cos \beta_1}. \quad (3.78)$$

$$F_{S_2} = \frac{F_{Z_2}}{\cos \beta_2}. \quad (3.79)$$

3.3.3 Esforços dinâmicos no mecanismo

A partir das equações obtidas anteriormente, pode-se determinar os esforços dinâmicos nos vínculos do sistema mecânico. Os esforços obtidos são as forças nos olhais menores e maiores das bielas 1 e 2, a força no mancal principal do virabrequim e o torque na manivela.

As componentes horizontal e vertical da força no olhal menor da biela 1 (F_{SEH_1}, F_{SEV_1}) são dadas por

$$\begin{aligned} F_{SEH_1} &= F_{S_1} \sin(\beta_1 + \alpha) - F_{o_1} \sin \alpha \\ F_{SEV_1} &= -F_{S_1} \cos(\beta_1 + \alpha) + F_{o_1} \cos \alpha \end{aligned} \quad (3.80)$$

As componentes horizontal e vertical da força no olhal menor da biela 2 (F_{SEH_2}, F_{SEV_2}) são dadas por

$$\begin{aligned} F_{SEH_2} &= F_{S_2} \sin(\beta_2 - \alpha) + F_{o_2} \sin \alpha \\ F_{SEV_2} &= -F_{S_2} \cos(\beta_2 - \alpha) + F_{o_2} \cos \alpha \end{aligned} \quad (3.81)$$

As componentes horizontal e vertical da força no olhal maior da biela 1 (F_{BEH_1}, F_{BEV_1}) são dadas por

$$\begin{aligned} F_{BEH_1} &= F_{S_1} \sin(\beta_1 + \alpha) - F_{o_1} \sin \alpha + F_{r_1} \\ F_{BEV_1} &= -F_{S_1} \cos(\beta_1 + \alpha) + F_{o_1} \cos \alpha + F_{r_1} \end{aligned} \quad (3.82)$$

sendo F_{r_1} a força de inércia de rotação da biela 1.

As componentes horizontal e vertical da força no olhal maior da biela 2 (F_{BEH_2}, F_{BEV_2}) são dadas por

$$\begin{aligned} F_{BEH_2} &= F_{S_2} \sin(\beta_2 - \alpha) + F_{o_2} \sin \alpha + F_{r_2} \\ F_{BEV_2} &= -F_{S_2} \cos(\beta_2 - \alpha) + F_{o_2} \cos \alpha + F_{r_2} \end{aligned} \quad (3.83)$$

sendo F_{r_2} a força de inércia de rotação da biela 2.

As componentes horizontal e vertical da força no mancal principal do virabrequim (F_{MBH}, F_{MBV}) são dadas por

$$\begin{aligned} F_{MBH} &= F_{S_1} \sin(\beta_1 + \alpha) - F_{o_1} \sin \alpha + F_{S_2} \sin(\beta_2 - \alpha) + F_{o_2} \sin \alpha + F_r \\ F_{MBV} &= -F_{S_1} \cos(\beta_1 + \alpha) + F_{o_1} \cos \alpha - F_{S_2} \cos(\beta_2 - \alpha) + F_{o_2} \cos \alpha + F_r \end{aligned} \quad (3.84)$$

sendo F_r a força de inércia de rotação da manivela e de ambas as bielas.

O torque na manivela é obtido a partir da força tangencial e é dado por

$$T = F_T \cdot r. \quad (3.85)$$

3.4 Resultados

Os resultados apresentados neste e nos próximos capítulos referem-se a dois estudos de caso: um motor ciclo Otto de dez cilindros em V, com ângulo de 90° entre os cilindros, e um motor Diesel de seis cilindros em linha. Este motor Diesel foi selecionado para estudo pelo fato de o virabrequim físico estar disponível para o experimento de análise modal que será apresentado no Capítulo 4. Já o motor Otto foi escolhido por ser bem distinto do anterior, uma vez que trabalha até rotações mais elevadas e é aplicado a um veículo de alto desempenho.

3.4.1 Motor de 10 Cilindros em V

Os parâmetros geométricos de entrada para os cálculos analíticos de forças, assim como para a construção do modelo tridimensional do virabrequim, foram baseados no motor AUDI 5,2L, aplicado comercialmente no modelo de veículo esportivo AUDI R8. As curvas de pressão foram estimadas através da simulação simplificada do ciclo Otto ar padrão, utilizando como parâmetro de entrada a curva de potência do motor, apresentada na Figura 3.12.

Os parâmetros utilizados neste trabalho foram baseados nos dados disponíveis na referência (AUDI, 2010) e os principais estão apresentando a seguir.

- $D_c = 55 \text{ mm};$
- $D_j = 65 \text{ mm};$
- $d_c = 0 \text{ mm};$
- $d_j = 0 \text{ mm};$
- $r = 46,4 \text{ mm};$
- $L = 154 \text{ mm};$
- $D_p = 85 \text{ mm};$
- $m_{biela} = 560 \text{ g};$
- $m_{pisto} = 430 \text{ g};$
- $\alpha = 90^\circ;$
- $OI = 1 - 2 - 9 - 10 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8$

A Figura 3.13 apresenta as curvas de pressão calculadas para cada rotação do motor, em função da curva de potência da Figura 3.12 para um rendimento mecânico de $\eta_{mec} = 0,55$ e motor trabalhando à plena carga.

5,2 Liter V10 FSI im Audi R8

mit FSI®-Benzindirekteinspritzung, kontinuierlicher Nockenwellenverstellung, und Nockenwellenantrieb per Kette



5.2 litre V10 FSI engine in the Audi R8 with FSI®-Fuel direct injection, variable camshaft timing and chain driven camshafts

5,204 cm³
386 kW (525 PS) bei 8,000 min⁻¹
530 Nm bei 6,500 min⁻¹

5,204 cc
386 kW (525 bhp) at 8,000 rpm
530 Nm at to 6,500 rpm

12/08

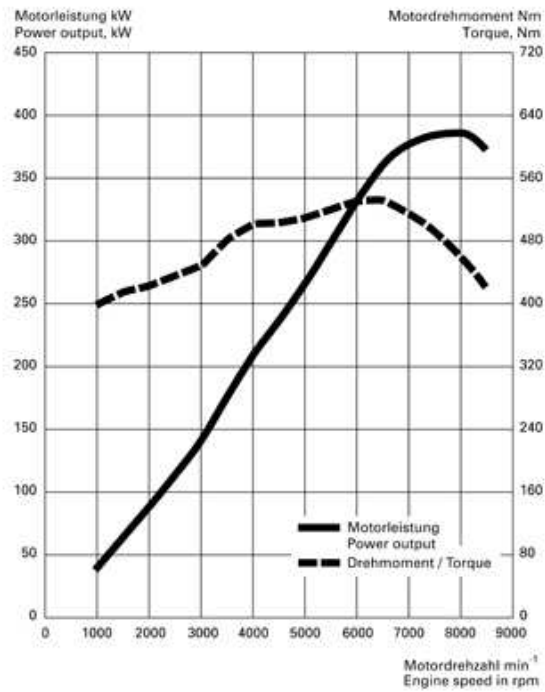


Figura 3.12: Curvas de torque e potência para o motor AUDI V10 5,2L (AUTOWORLD, 2012).

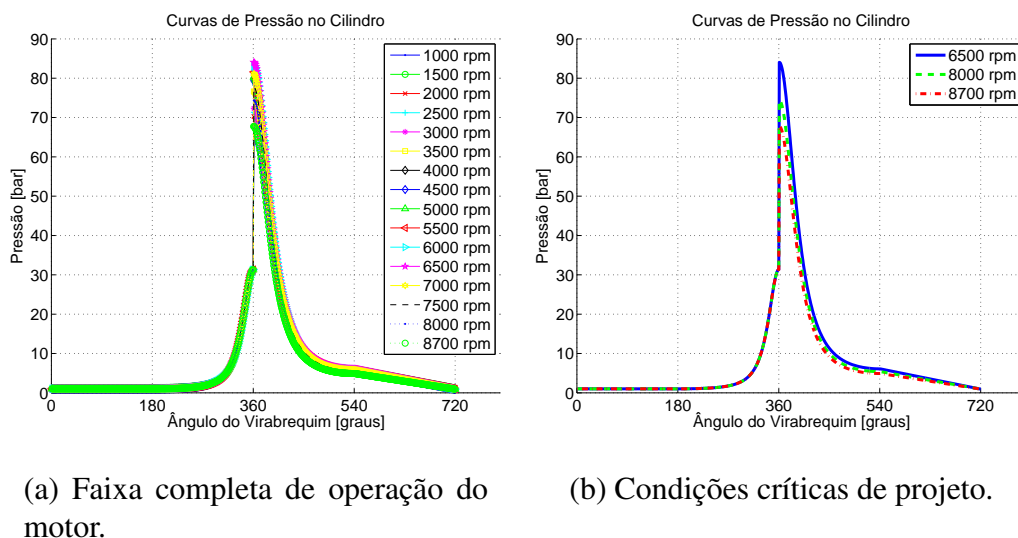
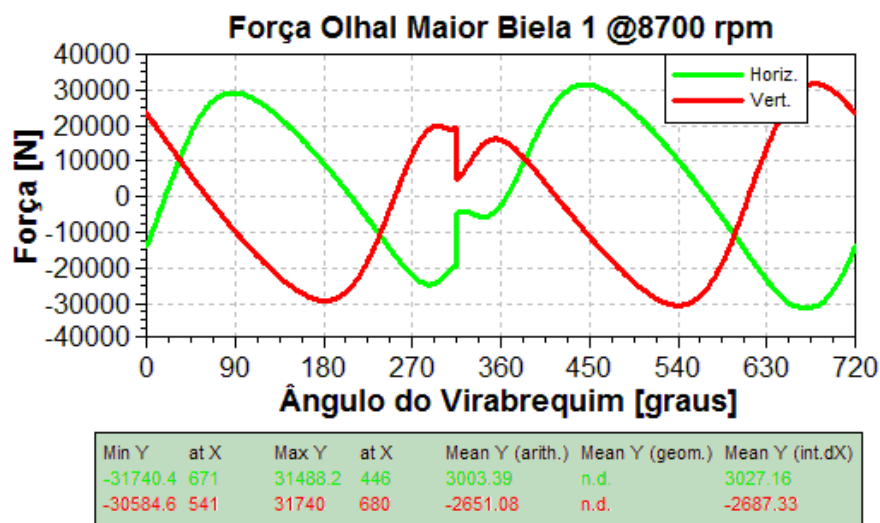


Figura 3.13: Curvas de pressão no cilindro utilizadas nos cálculos do motor V10.

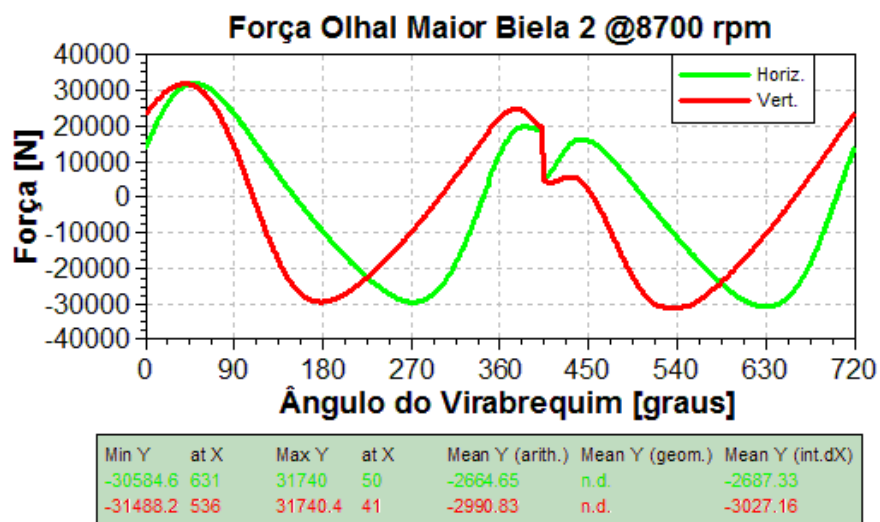
As Figuras 3.14 e 3.15 apresentam as forças nos olhais maiores das bielas, calculadas pelos programas **AVL Excite** e **Cranklab**, utilizando a curva de pressão da Figura 3.13 para a máxima rotação do motor (8700 rpm). Essas são as forças aplicadas nos moentes do virabrequim, responsáveis pela geração do torque que solicitam o componente. Nas forças calculadas pelo **Cranklab**, foram utilizados os métodos **Tradicional** e o de dinâmica dos corpos rígidos **Newton-Euler**. Conforme apresentado em (AVL, 2011A) e mostrado por (VILLALVA, 2007), o programa **AVL Excite** utiliza o método **Tradicional**, apresentado na seção 3.3. Observa-se uma excelente correlação entre as curvas obtidas por ambas as metodologias apresentadas neste trabalho e pelo programa da **AVL**.

A melhor forma de se observar a diferença entre as forças calculadas pelos métodos **Tradicional** e **Newton-Euler** é considerando apenas a parcela de inércia, ou seja, considerando a pressão de combustão nula durante todo o ciclo. A Figura 3.16 apresenta as parcelas horizontais e verticais das forças de inércia para cada cilindro do motor, provenientes do movimento de translação dos pistões e das bielas, assim como a parcela rotativa destas, calculadas por ambos os métodos. Percebe-se claramente que o método **Newton-Euler** resultou em amplitudes maiores na direção horizontal e uma ligeira defasagem das curvas na direção vertical.

Pela Figura 3.16(c), pode-se ter idéia da influência do valor do momento de inércia da biela

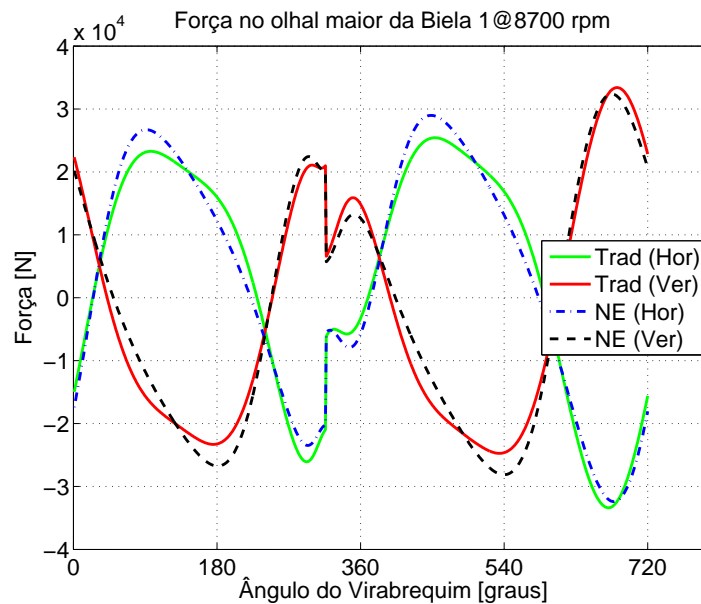


(a) Biela 1.

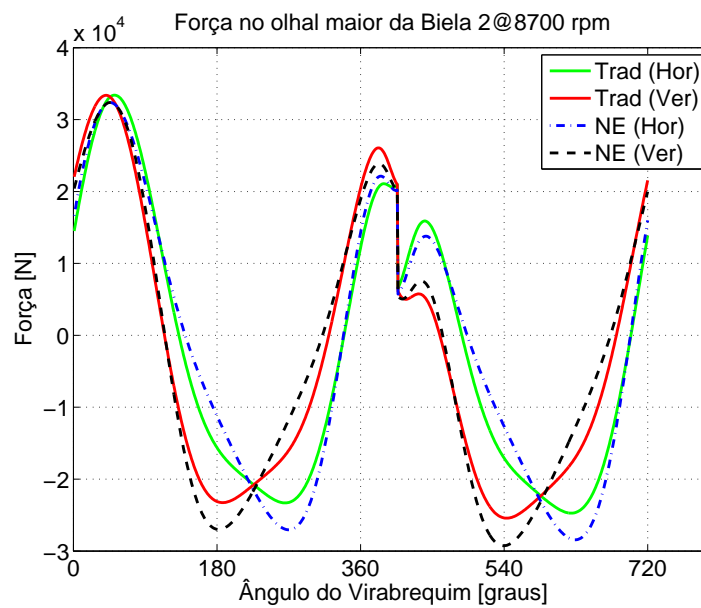


(b) Biela 2.

Figura 3.14: Forças nos olhalis maiores das bielas 1 e 2 para máxima rotação (8700 rpm), calculadas pelo programa **AVL Excite**.

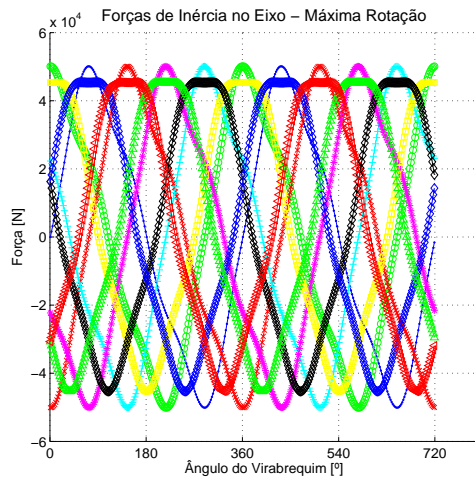


(a) Biela 1.

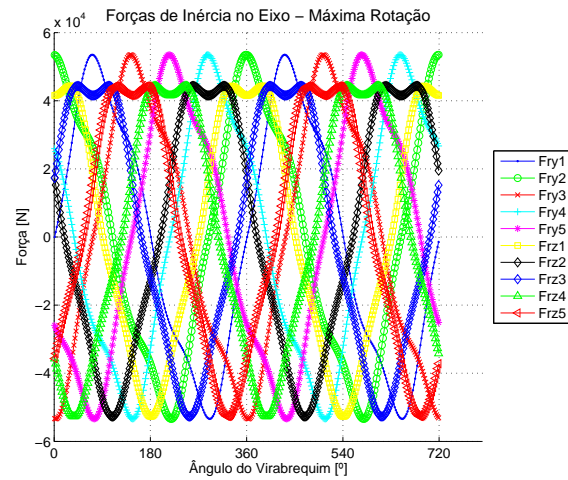


(b) Biela 2.

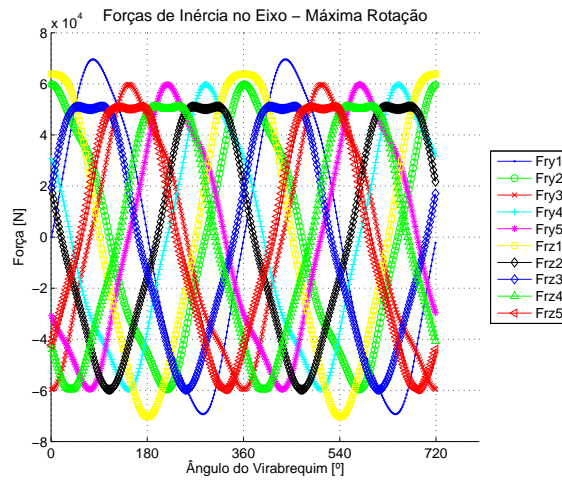
Figura 3.15: Forças nos olhais maiores das bielas 1 e 2 para máxima rotação (8700 rpm), calculadas pelos métodos **Tradicional** e **Newton-Euler**.



(a) Método **Tradicional**.



(b) Método **Newton-Euler**.



(c) Método **Newton-Euler** (Momento de inércia da biela dobrado).

Figura 3.16: Forças de inércia horizontais (Fry) e verticais (Frz) nos moentes do virabrequim V10 para condição de máxima rotação (8700 rpm), calculadas pelos métodos **Tradicional** (a) e **Newton-Euler** (b e c).

no comportamento das forças de inércia atuantes no virabrequim quando calculadas pelo método **Newton-Euler**. Dobrando-se o valor deste parâmetro, tem-se um aumento considerável das forças inerciais, principalmente na direção horizontal, onde houve um aumento da ordem de 35%.

A diferenças entre os métodos podem ser ainda mais facilmente visualizadas quando as curvas são comparadas no mesmo gráfico. A Figura 3.17 apresenta as forças atuantes apenas no primeiro moente do virabrequim.

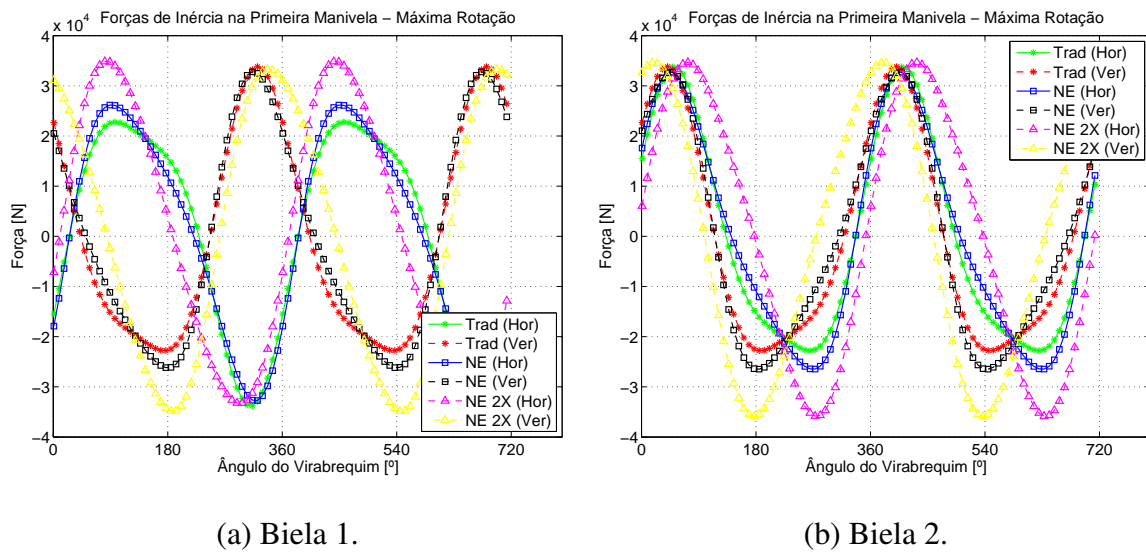
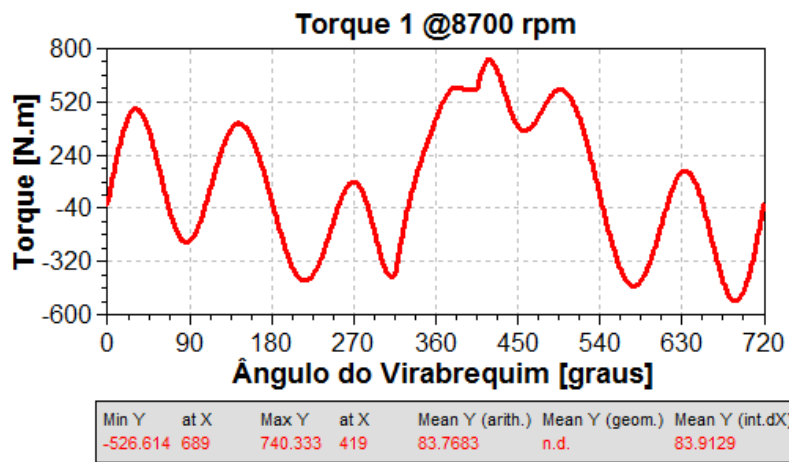
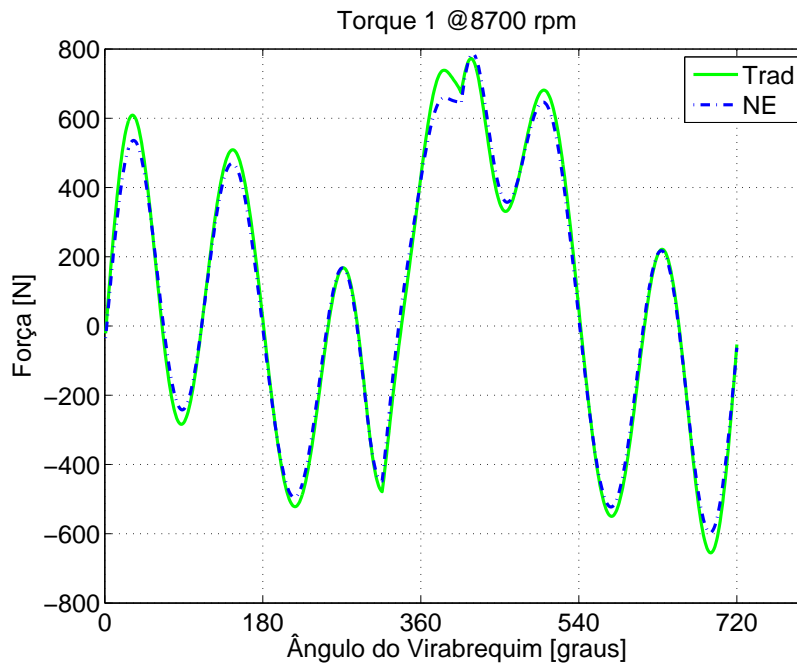


Figura 3.17: Forças de inércia horizontais e verticais no primeiro moente do virabrequim V10 para condição de máxima rotação (8700 rpm), calculadas pelos métodos **Tradicional** e **Newton-Euler**.

A Figura 3.18 apresenta o torque aplicado na primeira manivela do virabrequim para a condição de máxima rotação, calculado pelo programa **AVL Excite**, pelo método **Tradicional** e pelo método **Newton-Euler**. Assim como para as forças nos moentes, os torques calculados pelas três metodologias apresentaram excelente correlação. Estes torques calculados para cada manivela são utilizados como sinal de excitação no cálculo de vibrações torcionais do virabrequim, conforme será apresentado no Capítulo 5.



(a) Programa **AVL Excite**.



(b) Programa **CrankLab**.

Figura 3.18: Torque de excitação na primeira manivela do virabrequim do motor V10 para condição de máxima rotação (8700 rpm).

3.4.2 Motor de 6 Cilindros em Linha

Os parâmetros geométricos disponíveis para os cálculos analíticos de forças para o motor de 6 cilindros estão apresentados a seguir.

- $D_c = 69 \text{ mm};$
- $D_j = 83 \text{ mm};$
- $d_c = 0 \text{ mm};$
- $d_j = 0 \text{ mm};$
- $r = 62 \text{ mm};$
- $L = 192 \text{ mm};$
- $D_p = 107 \text{ mm};$
- $m_{biela} = 2,0 \text{ kg};$
- $m_{pisto} = 2,0 \text{ kg};$
- $OI = 1 - 5 - 3 - 6 - 2 - 4$

A Figura 3.19 apresenta as curvas de pressão no cilindro para o motor de seis cilindros trabalhando à plena carga. Essas curvas já se encontram disponíveis e portanto não foram calculadas conforme a Seção 3.1.

As Figuras 3.20 e 3.21 apresentam as forças no olhal maior da biela, calculadas pelos programas **AVL Excite** e **CrankLab**, utilizando a curva de pressão da Figura 3.19 para a máxima rotação do motor (3200 rpm). Assim como para o motor de 10 cilindros, observa-se uma excelente correlação entre os resultados obtidos por ambas as metodologias e pelo programa comercial da **AVL**.

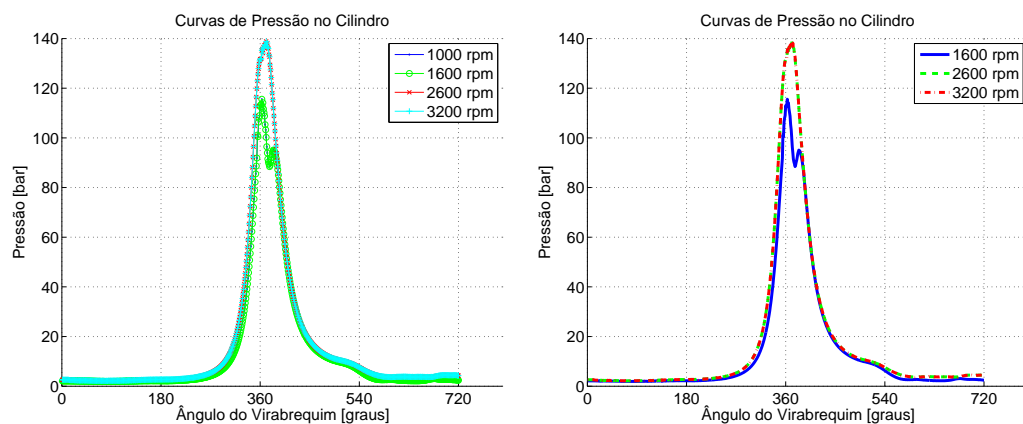


Figura 3.19: Curvas de pressão no cilindro utilizadas nos cálculos do motor 6 cilindros em linha.

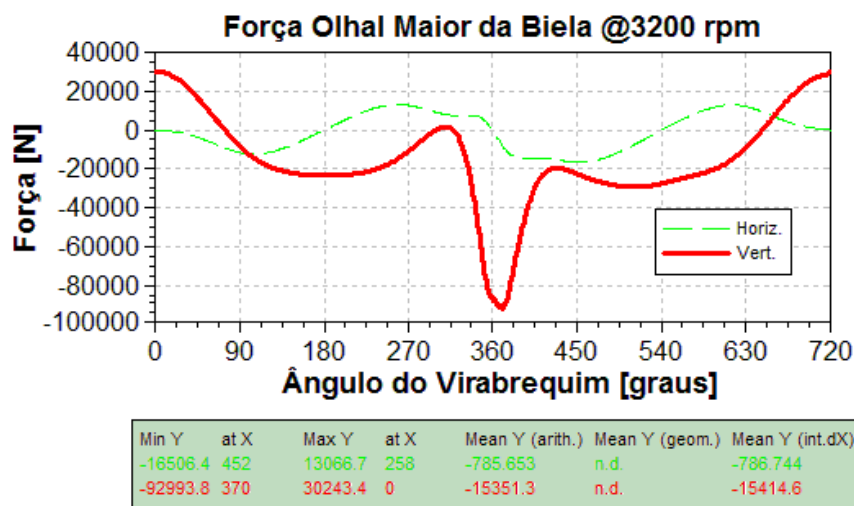


Figura 3.20: Força nos olhal maior da biela para máxima rotação (3200 rpm), calculadas pelo programa AVL Excite.

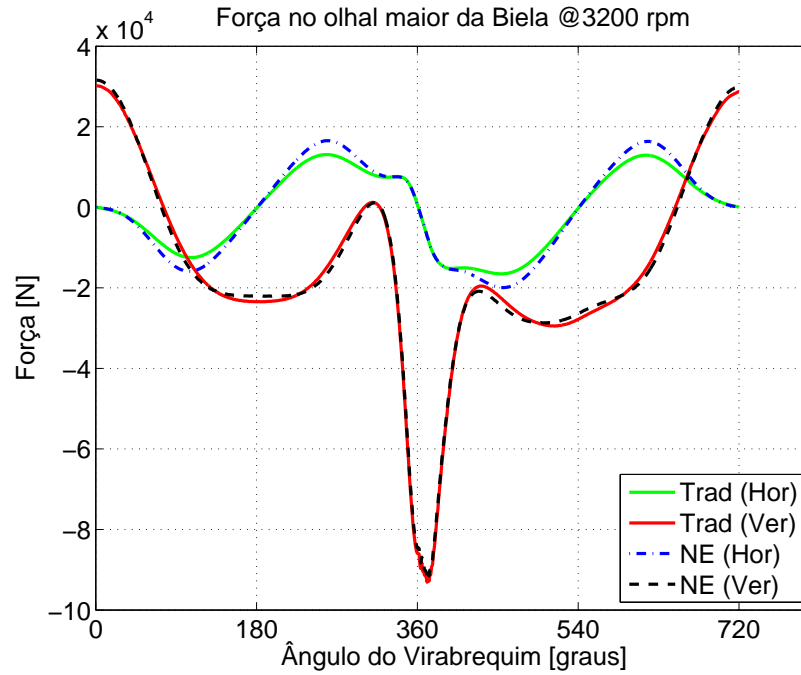
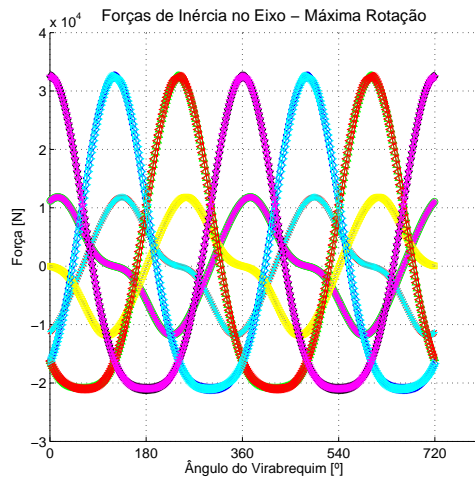


Figura 3.21: Força no olhal maior da biela para máxima rotação (3200 *rpm*), calculadas pelos métodos **Tradicional** e **Newton-Euler**.

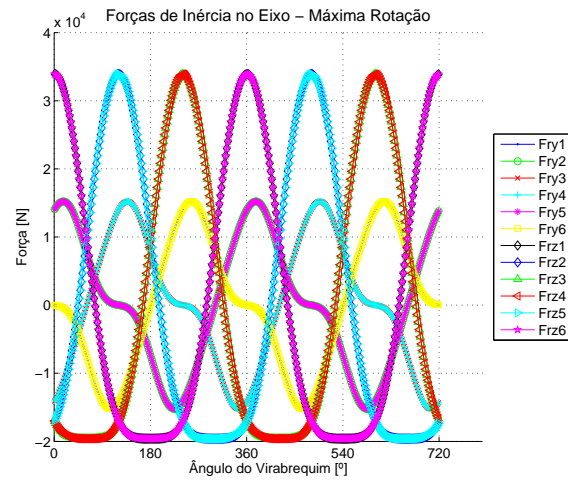
A Figura 3.22 apresenta as forças de inércia no moente do virabrequim 6 cilindros, também calculadas por ambos os métodos. A análise da Figura 3.22(c) mostra que dobrando-se o valor do momento de inércia das bielas, aumenta-se consideravelmente a amplitude da parcela horizontal das forças inerciais, em cerca de 35%, enquanto que a parcela vertical não sofre nenhuma alteração, ou seja, a inércia rotativa da biela influencia apenas o movimento horizontal das mesmas em um motor com cilindros em linha.

A diferenças entre os métodos podem ser ainda mais facilmente visualizadas quando as curvas são comparadas no mesmo gráfico. A Figura 3.23 apresenta as forças atuantes apenas no primeiro moente do virabrequim.

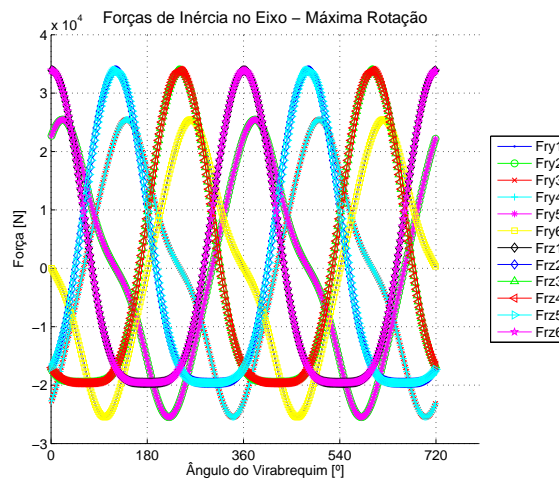
A Figura 3.24 apresenta o torque aplicado na primeira manivela do virabrequim para a condição de máxima rotação (3200 *rpm*), calculado pelo programa **AVL Excite**, pelo método **Tradicional** e pelo método **Newton-Euler**. Novamente, obteve-se excelente correlação entre as curvas.



(a) Método **Tradicional**.



(b) Método **Newton-Euler**.



(c) Método **Newton-Euler** (momento de inércia da biela dobrado).

Figura 3.22: Forças de inércia horizontais (F_{ry}) e verticais (F_{rz}) nos moentes do virabrequim 6 cilindros para condição de máxima rotação (3200 rpm), calculadas pelos métodos **Tradicional** (a) e **Newton-Euler** (b e c).

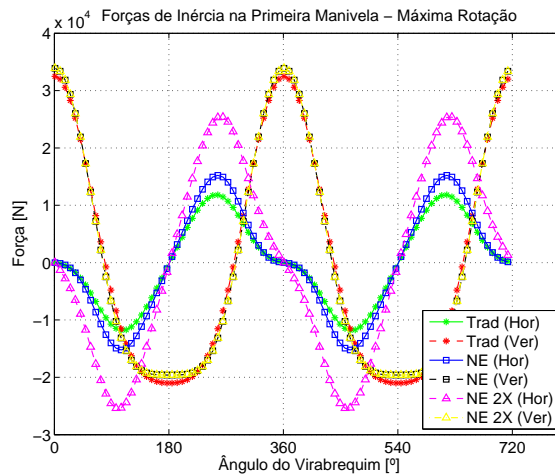
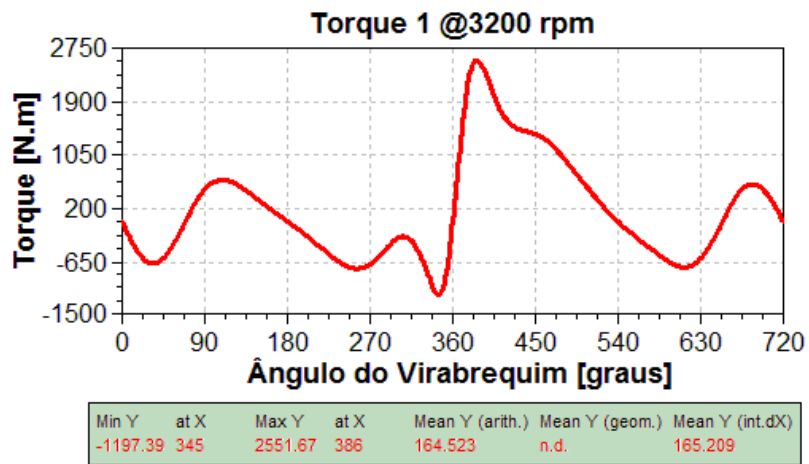
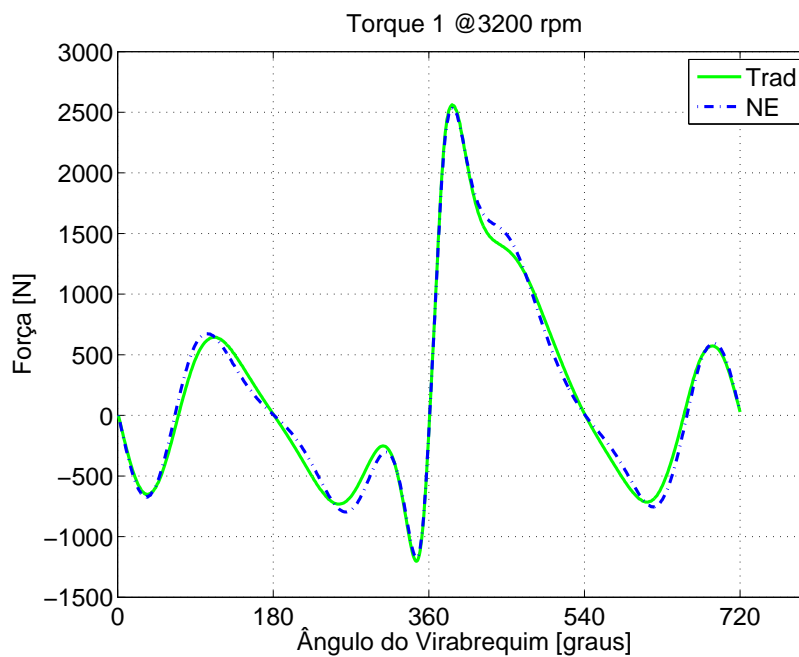


Figura 3.23: Forças de inércia horizontal e vertical no primeiro moente do virabrequim 6 cilindros para condição de máxima rotação (3200 rpm), calculadas pelos métodos **Tradicional** e **Newton-Euler**.

A partir dos resultados deste capítulo, pôde-se concluir que os métodos disponíveis atualmente para cálculo de esforços dinâmicos em um sistema pistão-biela-manivela apresentam excelente correlação entre si, ficando como sugestão de trabalho futuro uma comparação com modelos construídos a partir de programas multi-corpos com corpos rígidos e flexíveis.



(a) Programa **AVL Excite**.



(b) Programa **CrankLab**.

Figura 3.24: Torque de excitação na primeira manivela do motor de 6 cilindros para condição de máxima rotação (3200 rpm).

4 Análise Modal

A análise modal é realizada para se determinar as características vibratórias da estrutura (frequências naturais e modos), assim como para servir como entrada para análises de dinâmica transiente. As frequências naturais e os modos de vibrar são parâmetros importantes para o projeto do virabrequim, uma vez que este é submetido a condições de carga dinâmica que podem excitar o componente em frequências críticas de ressonância. A análise modal é requerida também quando se deseja realizar um análise transiente utilizando a superposição modal.

4.1 Modelo analítico

A análise modal analítica é realizada considerando as matrizes de inércia e de rigidez. Os valores de momento de inércia são obtidos a partir dos modelos tridimensionais, construídos em programas **CAD**, enquanto os valores dos coeficientes de rigidez torcional são calculados pelo **MEF**, conforme será descrito na Seção 4.1.2.

A Figura 4.1 representa o diagrama de corpo livre do sistema equivalente a um motor com virabrequim de cinco manivelas com absorvedor de vibrações simples de apenas um anel. A teoria sobre absorvedores será apresentada no Capítulo 6.

Essa configuração apresentada na Figura 4.1 pode ser utilizada para descrever um motor de cinco cilindros em linha, assim como um motor de dez cilindros em V. Os oito graus de liberdade (inércias) correspondem, em ordem crescente, ao anel de inércia do absorvedor de vibrações, polia (cubo do absorvedor), segmentos de cilindros e volante de inércia.

4.1.1 Equação do Movimento

Para resolução do problema de análise modal, considera-se apenas as matrizes de inércia e rigidez, a fim de conhecer as frequências naturais não-amortecidas e os modos de vibração. A

A montagem das matrizes para o exemplo da Figura 4.1 será apresentada no Capítulo 5, onde será tratada a vibração torcional em virabrequins. Este equacionamento foi implementado no programa **CrankLab** e, de forma a validar os resultados, foram criados modelos no módulo de cálculos analíticos do programa **AVL Excite Designer**.

4.1.2 Rigidez Torcional

Uma das etapas fundamentais para o cálculo de frequências e modos de vibração de um virabrequim, assim como para o estudo das vibrações torcionais, consiste no cálculo da rigidez torcional dos segmentos do virabrequim. O cálculo da rigidez pode ser realizado através de formulações analíticas determinadas empiricamente, as quais estão disponíveis em (NESTORIDES, 1958), ou através de modelos flexíveis pelo **MEF**. De acordo com o estudo realizado por (VILLALVA *et al.*, 2006), os modelos flexíveis apresentam resultados mais coerentes com modelos experimentais e, portanto, serão utilizados neste trabalho.

A melhor condição de contorno a ser utilizada para o cálculo da rigidez torcional pelo **MEF** deve ser determinada a partir da observação dos resultados de análise modal obtidos, comparando-os com métodos matemáticos ou experimentais de análise modal. Deve-se determinar uma boa correlação das frequências naturais e modos de vibrar do sistema obtidos via cálculos analíticos e via **MEF** ou via experimentação.

Obtendo-se boa correlação para modos e frequências, consequentemente tem-se resultados mais precisos para o cálculo de vibrações torcionais, melhor identificação das velocidades críticas e resultados de tensões mais consistentes.

O cálculo de rigidez torcional pode ser realizado conforme proposto por (MENDES *et al.*, 2003) e (VILLALVA, 2007), engastando-se a face externa de um dos moentes, aplicando-se um torque unitário no moente oposto por meio de elementos rígidos, conforme mostrado na Figura 4.2. Neste caso, todos os **GDL** são restritos na face de engaste e, no nó de aplicação do torque, apenas os **GDL** de translação são restritos, com exceção do deslocamento da direção axial do virabrequim. Esta primeira condição de contorno será identificada neste texto como **CC#1**.

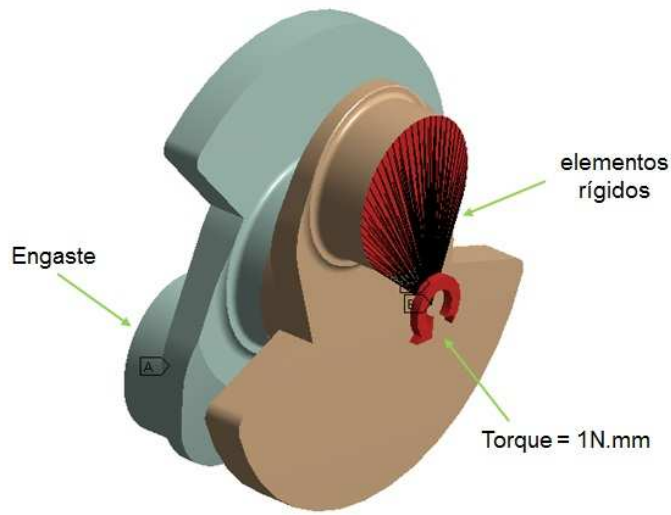


Figura 4.2: Condição de contorno **CC#1** para cálculo da rigidez torcional dos segmentos do virabrequim.

Aplicando-se o torque unitário, determina-se então o deslocamento máximo do moente na direção de giro do virabrequim, e consequentemente a rigidez torcional K_t , conforme equação

$$K_t = \frac{T \times R_0}{\Delta y} \quad (4.3)$$

sendo T o torque unitário, R_0 o raio do virabrequim e Δy o giro do virabrequim, conforme o sistema de coordenadas da Figura 4.3, a qual mostra um resultado típico de deslocamento, para o cálculo da rigidez torcional pelo **MEF**.

Uma outra condição de contorno ligeiramente diferente pode ser utilizada para se calcular a rigidez torcional, fazendo uso de elementos rígidos em ambas as extremidades do segmento, de modo a deixar todos os **GDL** livres. As condições de contorno para este caso estão apresentadas na Figura 4.4 e serão identificadas no texto como **CC#2**. Obviamente que o **GDL** de rotação, na direção de giro do virabrequim, deve estar fixo no lado oposto ao da aplicação do torque, de modo a equilibrar o sistema.

Conforme será apresentado na Seção 4.4, a condição de contorno **CC#2** permite obter resultados mais satisfatórios para as frequências naturais do virabrequim, quando comparados aos métodos flexíveis utilizando o **MEF**. Estas condições de contorno determinam uma menor rigidez

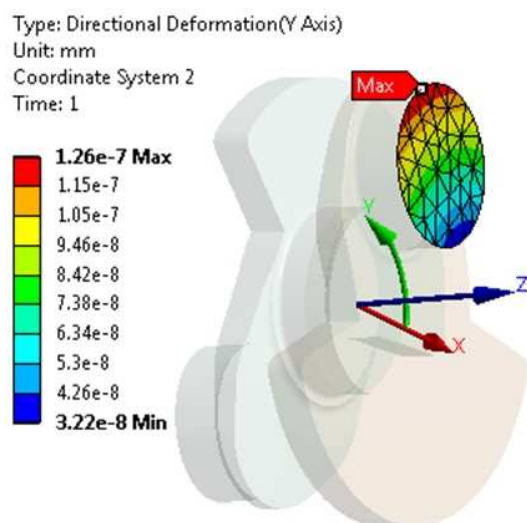


Figura 4.3: Exemplo de resultado de deslocamento do moente, na direção de giro do virabrequim, considerando as condições de contorno da Figura 4.2 (CC#1).

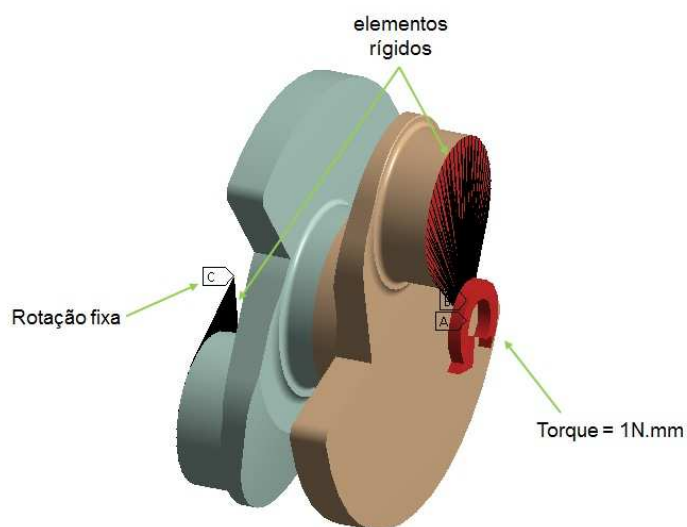


Figura 4.4: Condição de contorno CC#2 para cálculo da rigidez torcional dos segmentos do virabrequim.

do segmento e permitem deslocamentos mais correlatos com a condição livre-livre.

4.2 Modelo Numérico

O problema de autovalor a ser resolvido numericamente pelo **MEF** é exatamente o mesmo definido na equação (4.1) para o modelo analítico. Existem diversos métodos disponíveis no programa comercial **ANSYS** para realizar a extração dos modos de uma estrutura, dentre eles o método *Block Lanczos*, método *Não-Simétrico*, o método *Subspace* etc. Neste trabalho, foi considerado o método *Block Lanczos*, o qual é indicado para problemas com matrizes simétricas e com elevado número de **GDL**. Detalhes do método e sua teoria podem ser encontradas em (ANS, 2012) e em suas referências.

4.3 Análise Modal Experimental

A Figura 4.5 mostra o aparato experimental montado para a determinação das frequências naturais e do amortecimento de um virabrequim de um motor Diesel de seis cilindros em linha. Este aparato foi montado de forma similar ao realizado por (KANG *et al.*, 1998). O ponto de excitação e os pontos de medição com acelerômetros estão indicados na Figura 4.6.



Figura 4.5: Aparato para análise modal experimental de um virabrequim de seis cilindros em linha (RODRIGUES *et al.*, 2011).

Os pontos de fixação foram escolhidos de forma a ter a menor influência possível no experimento, na tentativa de preservar os modos de corpo rígido e garantir que se tenha uma análise modal livre-livre para os primeiros modos. A escolha destes pontos foi realizada a partir da análise modal numérica, selecionando-se os pontos de menor deslocamento no primeiro modo, conforme

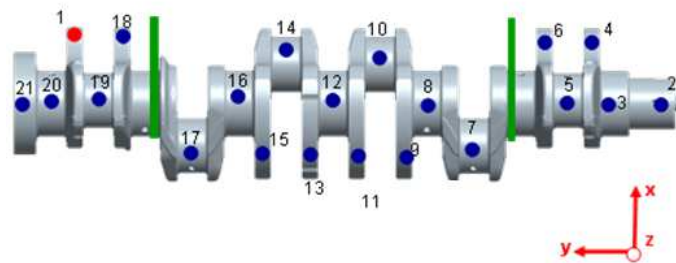


Figura 4.6: Ponto de excitação 1 e pontos de medição 2 a 21 considerados na análise modal experimental (RODRIGUES *et al.*, 2011).

mostrado na Figura 4.7 e conforme procedimento adotado nas referências (KANG *et al.*, 1998) (Figura 4.8) e (FONSECA, 2003).

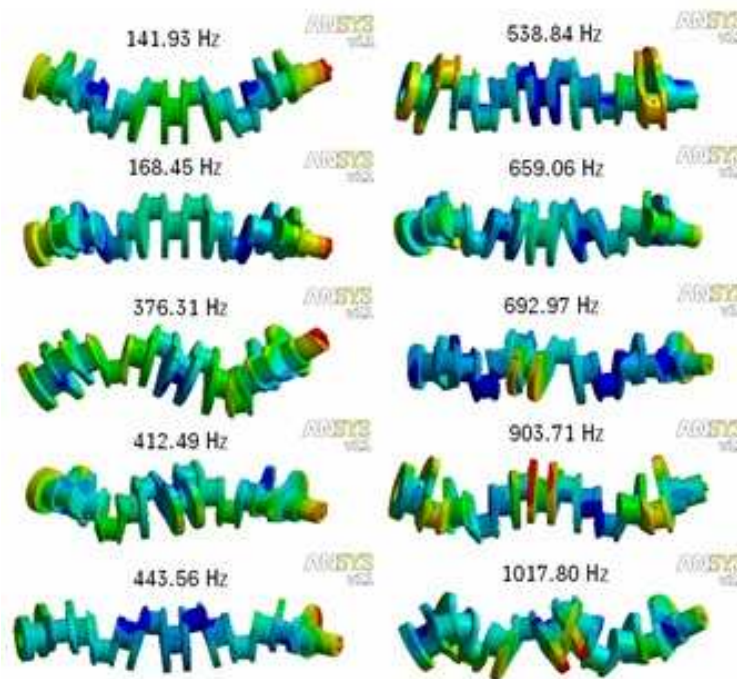


Figura 4.7: Análise modal numérica livre-livre calculados pelo **MEF** (RODRIGUES *et al.*, 2011).

O excitador dinâmico é acoplado ao virabrequim por meio de um elemento conhecido como *stinger*. Este elemento deve ser dimensionado de forma que consiga transmitir o sinal do excitador corretamente para a peça e que ao mesmo tempo não tenha interferência no experimento. A Figura 4.9 apresenta as dimensões básicas do *stinger* utilizado neste trabalho. Esta peça foi fabricada em

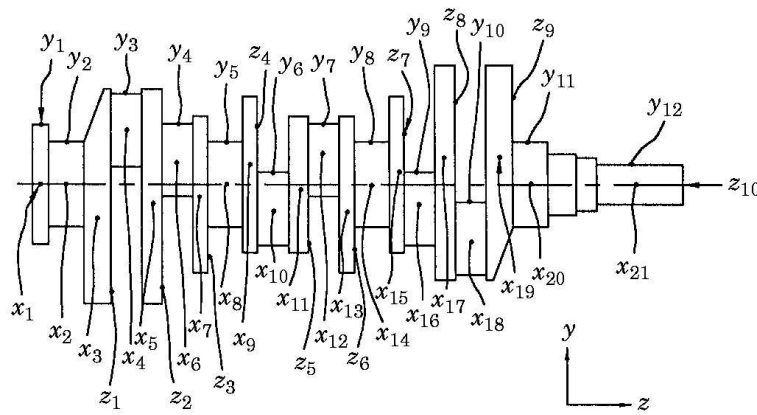


Figura 4.8: Pontos de excitação ▼ e de medição ● para análise modal experimental (KANG *et al.*, 1998).

três partes, com material aço inox 420, utilizando solda de prata para união destas partes. A Figura 4.10 mostra o acoplamento entre o excitador dinâmico e o virabrequim utilizando o *stinger* e uma célula de carga.

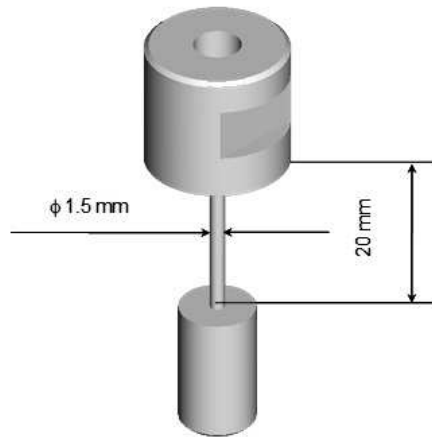


Figura 4.9: Projeto do *stinger* fabricado em aço inox 420 (RODRIGUES *et al.*, 2011).

Os resultados obtidos deste experimento estão apresentados na Seção 4.4 e foram publicados em (RODRIGUES *et al.*, 2011), onde são apresentados maiores detalhes sobre o experimento e o levantamento das características de amortecimento do virabrequim analisado.



Figura 4.10: Acoplamento entre o excitador dinâmico e o virabrequim utilizando *stinger* e célula de carga (RODRIGUES *et al.*, 2011).

4.4 Resultados

4.4.1 Motor de 10 Cilindros em V

Os cálculos analíticos foram realizados conforme teoria apresentada na Seção 4.1. Os valores dos momentos de inércia dos segmentos do virabrequim do motor V10 e dos coeficientes de rigidez torcional deste, calculados conforme seção 4.1.2, estão listados na Tabela 4.1.

A Tabela 4.2 apresenta os resultados da análise modal para o modelo flexível e a Figura 4.11 apresenta os quatro primeiros modos de vibração não rígidos do virabrequim V10, mais os modos característicos de torção, calculados via **MEF**. Os valores de frequências naturais calculados analiticamente pelo modelo unidimensional do **CrankLab** e apresentados na Tabela 4.3 apresentam boa correlação com estes modos de torção (modos 4, 9 e 13), conforme mostrado na Tabela 4.4. Observa-se que as frequências calculadas para a condição de contorno **CC#2** se aproximam melhor daquelas obtidas pelo programa **AVL Excite Designer** e pelo modelos flexíveis.

A análise modal foi realizada também pelo método analítico do programa da **AVL**, utilizando o módulo **AVL Excite Designer** e os modos torcionais calculados estão mostrados na Figura 4.12.

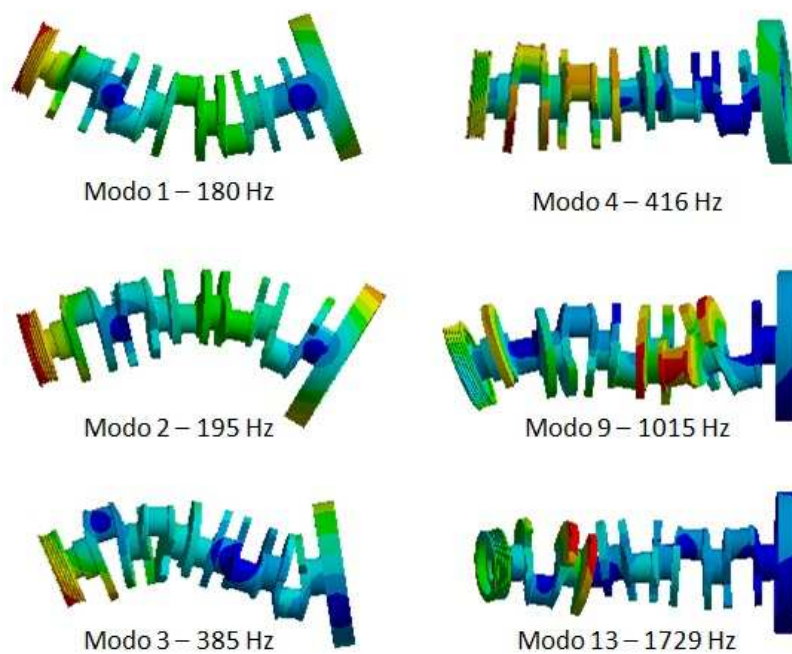


Figura 4.11: Modos de vibrar do virabrequim V10, calculados pelo **MEF**.

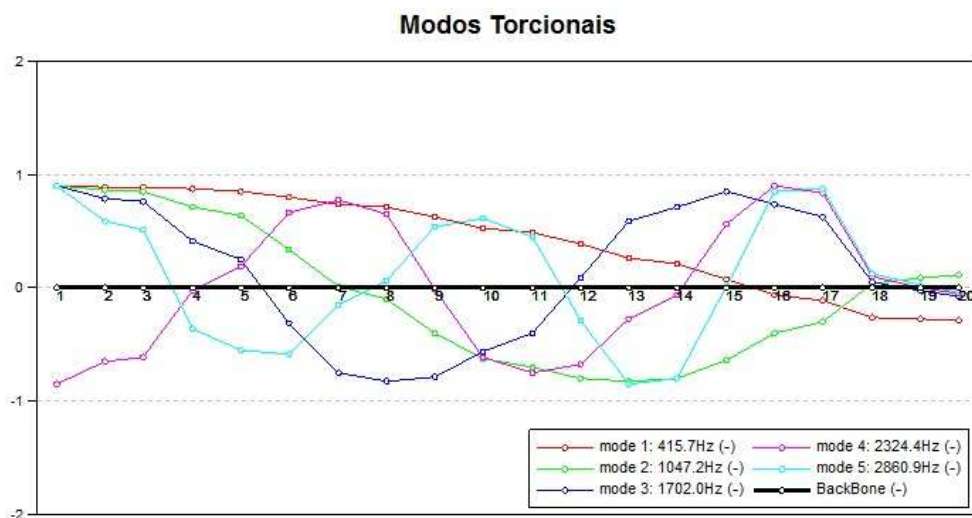


Figura 4.12: Modos de torção do virabrequim V10 calculados analiticamente pelo programa **AVL Excite Designer**.

A Tabela 4.3 apresenta as quatro primeiras frequências naturais do virabrequim V10 calcula-

Tabela 4.1: Momentos de inércia e coeficientes de rigidez torcional calculados para o virabrequim V10.

GDL	J [kg.m ³]	K_t [N.m/rad]
Polia	3,15e-3	-
Polia-Segmento 1	-	4,66e5
Segmento 1	8,86e-3	-
Segmento1 - Segmento 2	-	5,57e5
Segmento 2	8,83e-3	-
Segmento 2 - Segmento 3	-	5,52e5
Segmento 3	9,10e-3	-
Segmento 3 - Segmento 4	-	5,52e5
Segmento 4	8,92e-3	-
Segmento 4 - Segmento 5	-	5,57e5
Segmento 5	8,89e-3	-
Segmento 5 - Volante	-	8,08e5
Volante	0,105	-

Tabela 4.2: Frequências naturais do virabrequim V10 calculadas através do **MEF**.

Modo	Forma modal predominante	Frequências [Hz]
1	flexão	180,47
2	flexão	194,71
3	flexão	384,68
4	torção	416,03
5	flexão	480,68
6	flexão	654,99
7	flexão	796,11
8	flexão	867,25
9	misto	1015,1
10	misto	1249,5
11	flexão	1449,4
12	flexão	1526,2
13	misto	1729,1
14	flexão	1813
15	flexão	2034,2
16	flexão	2116,1
17	flexão	2353,3
18	flexão	2468,1

das via modelos analíticos, pelo programas **AVL Excite Designer** e **CrankLab**.

Tabela 4.3: Frequências naturais de torção do virabrequim V10 calculadas através de modelos analíticos unidimensionais pelos programas **AVL Excite** e **CrankLab**.

Resultados de Análise Modal para Modelos Analíticos					
Modo #	Métodos - Frequências [Hz]				
	AVL EXCITE Designer	CrankLab (CC #1)		CrankLab (CC #2)	
1	415,7	448,31	7,84%	413,06	-0,64%
2	1047,2	1154,25	10,22%	1053,42	0,59%
3	1702,0	1769,53	3,97%	1634,54	-3,96%
4	2324,4	2215,58	-4,68%	2080,07	-10,51%

A Tabela 4.4 apresenta uma comparação dos valores das três primeiras frequências naturais do virabrequim V10 obtidas via modelo analítico do **CrankLab** (CC #2) e modelo flexível do **ANSYS**. Tem-se uma boa correlação entre as metodologias, com desvios menores do que 6%.

Tabela 4.4: Comparação de frequências naturais de torção obtidas para os modelos analítico e flexível.

Comparativo entre Métodos Flexível e Analítico de Análise Modal			
Modo de Torção #	Métodos - Frequências [Hz]		
	CrankLab (CC #2)	ANSYS	desvio [%]
1	413,06	416,0	0,71
2	1053,42	1015,1	-3,64
3	1634,54	1729,1	5,79

4.4.2 Motor de 6 Cilindros em Linha

Conhecida a boa correlação entre os métodos numéricos obtida para o caso do motor de dez cilindros, pode-se mostrar também a boa correlação destes métodos com o método experimental. Os equipamentos e materiais utilizados no experimento realizado para a análise modal do virabrequim 6 cilindros estão listados a seguir.

- Excitador dinâmico BK Brüel & Kjaer, modelo DK 2850, tipo 4808, número de série: 2202279;
- Amplificador de sinal BK Brüel & Kjaer, tipo 2712, número de série: 641866;

- Analizador FFT LMS, número de série: 50070312;
- Célula de carga PCB Piezotronics, modelo 2D8C03, tipo ICP, número de série: 16005;
- Acelerômetros de 3 eixos PCB Piezotronics, modelo 356A11, número de série: 7601;
- Acelerômetros de 1 eixo PCB Piezotronics, números de série: 55897 – 55902.

A Figura 4.13 mostra a soma de todas as funções de resposta em frequência (**FRFs**) obtidas do experimento da Figura 4.5 para os nove primeiros modos da peça. Os modos são bastante correlatos com os obtidos numericamente e apresentados na Figura 4.7. A correlação entre as frequências naturais experimentais e numéricas calculadas pelo **ANSYS** está apresentada na Tabela 4.5, sendo o maior desvio inferior a 5%.

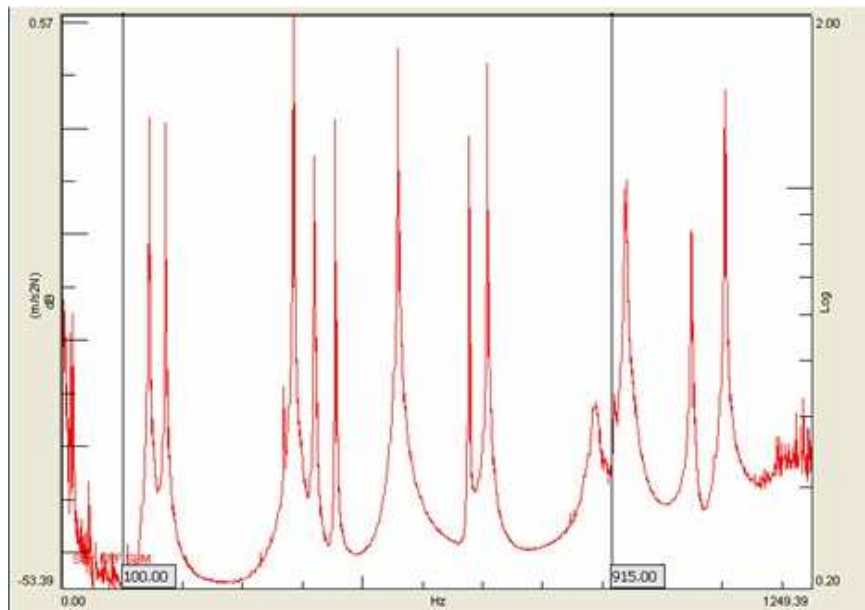


Figura 4.13: Soma de todas as **FRFs** obtidas experimentalmente nas três direções para todos os pontos de medição (RODRIGUES *et al.*, 2011).

A Figura 4.14 apresenta os quatro primeiros modos de vibração do virabrequim 6 cilindros, mais os modos característicos de torção, calculados via **MEF**. Estas frequências dos modos torcionais (modos 5, 11, 15 e 16) são correlatos com os modelos analíticos torcionais, conforme será apresentado na sequência. É importante enfatizar que os modos obtidos experimentalmente referem-se somente ao virabrequim sem acessórios, ou seja, sem o volante de inércia e a polia (ou

Tabela 4.5: Correlação entre frequências naturais determinadas por análise modal numérica e análise modal experimental para o virabrequim de 6 cilindros em linha.

Modo #	Frequências Naturais [Hz]		
	Modelo Numérico ANSYS	Experimental	desvio [%]
1	142	146	2,8
2	168	168	0,0
3	376	386	2,7
4	412	421	2,2
5	444	453	2,0
6	539	564	4,6
7	659	678	2,9
8	693	710	2,5
9	904	890	-1,5

absorvedor de vibrações). Portanto, como o estudo agora está sendo realizado para a condição de trabalho no motor considerando estes acessórios, os modos e frequências apresentados na Tabela 4.6 são diferentes dos apresentados na Tabela 4.5 e na Figura 4.7.

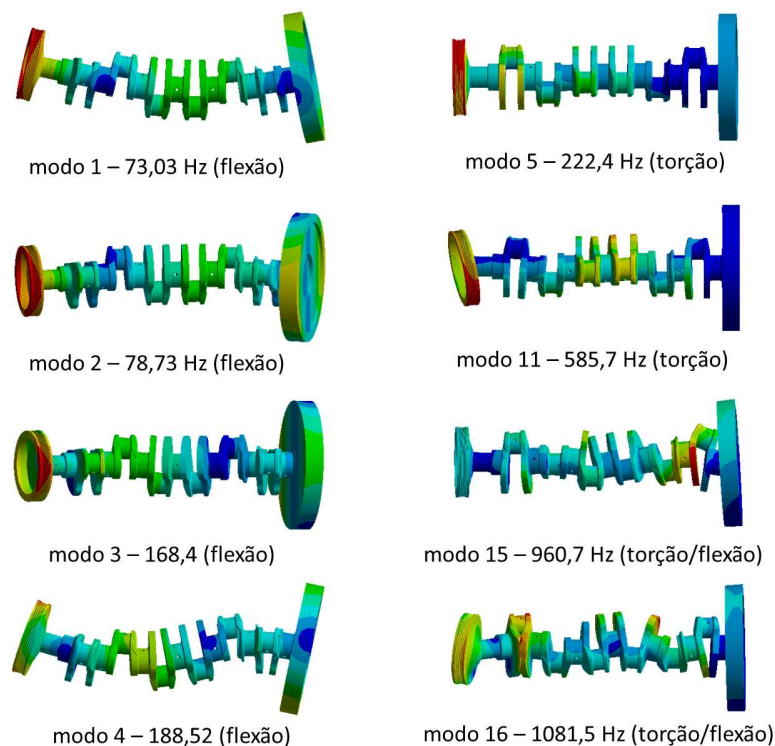


Figura 4.14: Modos de vibrar do virabrequim 6 cilindros, calculados pelo MEF.

Tabela 4.6: Frequências naturais do virabrequim 6 cilindros calculadas através do **MEF**.

Modo #	Forma modal predominante	Frequências [Hz]
1	flexão	73,0
2	flexão	78,7
3	flexão	168,4
4	flexão	188,5
5	torção	222,4
6	tração	256,0
7	flexão	364,4
8	flexão	435,6
9	tração	498,5
10	torção	551,4
11	flexão	585,6
12	flexão	706,8
13	flexão	849,1
14	flexão	937,4
15	flexão	960,6
16	flexão	1081,5
17	flexão	1274,5
18	flexão	1274,6

Tabela 4.7: Momentos de inércia e coeficientes de rigidez torcional calculados para o virabrequim 6 cilindros.

GDL	J [kgm ³]	K_t [Nm/rad]
Polia	5,27e-2	-
Polia - Segmento 1	-	8,08e5
Segmento 1	3,34e-2	-
Segmento 1 - Segmento 2	-	1,27e6
Segmento 2	1,25e-2	-
Segmento 2 - Segmento 3	-	1,27e6
Segmento 3	3,26e-2	-
Segmento 3 - Segmento 4	-	1,31e6
Segmento 4	3,26e-2	-
Segmento 4 - Segmento 5	-	1,27e6
Segmento 5	1,40e-2	-
Segmento 5 - Segmento 6	-	1,36e6
Segmento 6	3,39e-2	-
Segmento 6 - Volante	-	2,10e6
Volante	1,165	-

Os valores dos momentos de inércia dos segmentos do virabrequim e dos coeficientes de rigidez torcional calculados conforme seção 4.1.2 estão apresentados na Tabela 4.7.

A Figura 4.15 apresenta os modos torcionais calculados analiticamente pelo programa **AVL Excite Designer** e a Tabela 4.8 apresenta as quatro primeiras frequências naturais do virabrequim 6 cilindros calculadas pelos programas **AVL Excite Designer** e **CrankLab**, neste último utilizando as condições de contorno adequadas (**CC#2**) para o cálculo dos coeficientes de rigidez torcional, sendo que o maior desvio (5,9%) ocorre para o quarto modo.

Tabela 4.8: Frequências naturais de torção do virabrequim 6 cilindros calculadas através de modelos analíticos.

Resultados de Análise Modal para Modelos Analíticos			
Modo #	Métodos - Frequências [Hz]		
	AVL EXCITE Designer	CrankLab (CC #2)	
1	231,3	228,6	-1,2%
2	622,5	613,2	-1,5%
3	1065,2	1061,5	0,35%
4	1434,3	1349,4	-5,9%

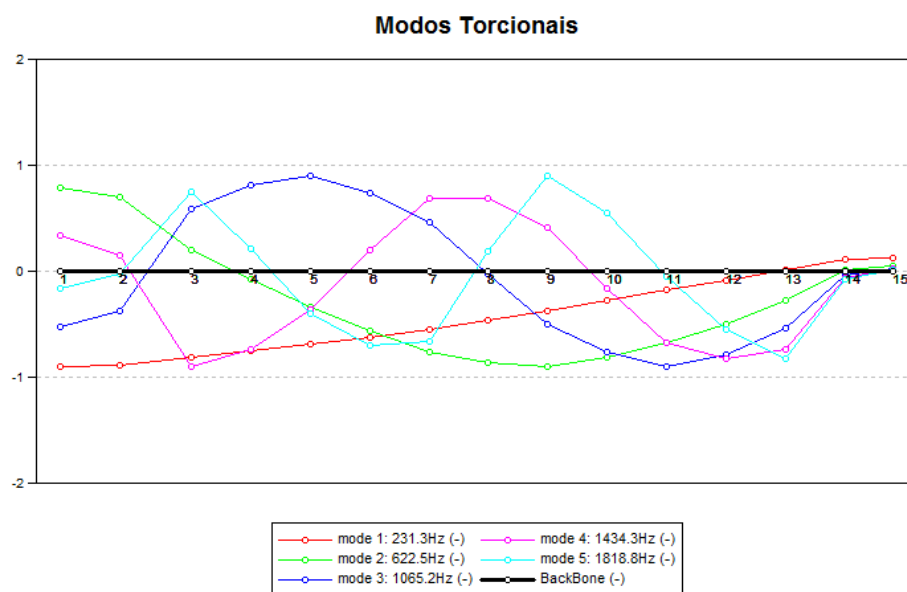


Figura 4.15: Modos de torção do virabrequim 6 cilindros calculados pelo programa **AVL Excite Designer**.

A Tabela 4.9 apresenta uma comparação dos valores das três primeiras frequências naturais do virabrequim 6 cilindros obtidas via modelo analítico do **CrankLab** (CC#2) e via **MEF** pelo programa **ANSYS**. Observa-se uma boa correlação entre as metodologias, com desvios menores do que 10%. O terceiro apresenta o maior desvio, o que está relacionado ao fato de que na simulação da condição livre-livre no **ANSYS**, os modos obtidos para as frequências 960,6 Hz e 1081,5 têm forma modal mista de torção combinada com flexão. Portanto, é esperado que haja uma diferença maior entre os modelos unidimensionais (torção pura) e o modelo flexível.

Tabela 4.9: Comparação de frequências naturais do virabrequim 6 cilindros obtidas para os modelos analítico e flexível.

Comparativo entre Métodos Flexível e Analíticos de Análise Modal			
Modo de Torção #	Métodos - Frequências [Hz]		
	CrankLab (CC #2)	Flexível ANSYS	desvio [%]
1	228,6	222,4	-2,7
2	613,2	585,7	-4,5
3	1061,5	960,6	-9,5

5 Vibração Torcional em Virabrequins

5.1 O Fenômeno das Vibrações Torcionais

Os esforços aplicados nos moentes do virabrequim não são constantes no tempo, pois variam em função do ângulo de giro do virabrequim. Para um motor multicilíndrico, a defasagem que existe entre os esforços aplicados em cada manivela do virabrequim tornam o torque total bastante complexo. Por restrições de projeto do componente, surgem frequências ressonantes, as quais são excitadas pelos torques nas manivelas, surgindo conseqüentemente velocidades críticas dentro da faixa de operação do motor. As amplitudes de vibrações nessas velocidades críticas são geralmente elevadas e podem ocasionar falhas no virabrequim. Ainda que as amplitudes sejam baixas e que não haja um comprometimento estrutural do virabrequim por ter sido dimensionado para suportá-las, essas amplitudes de vibração podem ser altas o suficiente para danificar e ou provocar funcionamento deficiente de outros elementos do motor, como polia, correias, eixo comando de válvulas, engrenagens etc. A Figura 5.1 mostra um virabrequim falhado por fadiga torcional, característica de um problema gerado por vibrações torcionais excessivas. Para atenuar o problema de vibrações torcionais, emprega-se absorvedores de vibrações, que serão estudados no Capítulo 6.

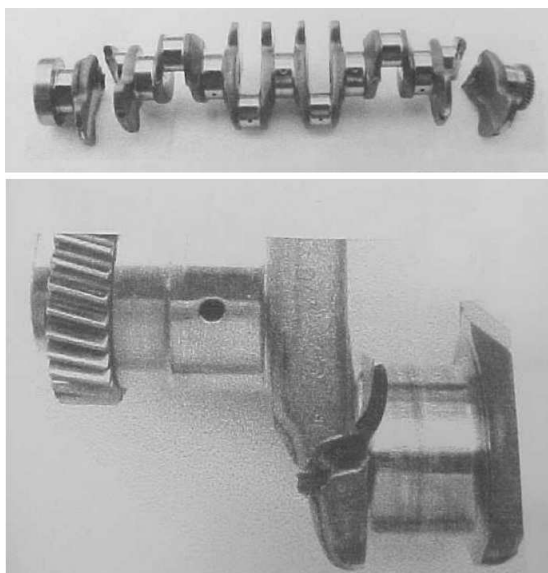


Figura 5.1: Falha de um virabrequim ocasionada por vibração torcional excessiva (MENDES, 2005).

5.2 Teoria de Vibrações

A teoria sobre vibrações aplicada a virabrequins está apresentada a seguir, sendo baseada na referência (BREMER, 1979). São apresentados os conceitos básicos de vibração para um sistema oscilatório simples com e sem amortecimento, conceitos sobre ordens harmônicas e assinatura e, por fim, a modelagem completa do sistema de um **MCI**.

5.2.1 Análise dos Torques de Excitação

A Figura 5.2 mostra as forças presentes do sistema pistão-biela-manivela e suas decomposições que resultam da fase de combustão de um motor de combustão interna. A pressão no cilindro durante a fase de combustão é caracterizada por um aumento gradual na pressão, conforme o virabrequim rotaciona movendo o pistão em direção ao **PMS**, causada pela compressão da mistura ar/combustível dentro do cilindro. Em um certo momento, quando o pistão está próximo ao **PMS** (no caso de um motor Diesel), a mistura é injetada dentro do cilindro e o aumento de pressão é consideravelmente acelerada pela combustão, formando um pico na curva de pressão do cilindro a alguns graus além do **PMS**. Conforme ilustrado na Figura 5.2, a pressão então começa a cair conforme o pistão se move em direção ao **PMI** e os gases da combustão se expandem. Esta pressão agindo sobre o pistão resulta em uma força transmitida pela biela e aplicada no moente do virabrequim.

Conforme visto no Capítulo 3, durante um ciclo completo de rotação do virabrequim, as forças radiais e tangenciais alternam de sinal e algumas consequências dessas variações de valores positivos para negativos podem ser verificadas. Quando o pistão está no **PMS** e a pressão está próxima do pico máximo na fase de expansão, não há força tangencial sendo aplicada ao moente e consequentemente não há torque sendo produzido. De fato, toda a carga de combustão transmitida pela biela é absorvida pelo virabrequim e solicita os mancais principais. A força tangencial, que é a parcela útil da força transmitida pela biela, varia no tempo de uma forma cíclica e complexa.

A Figura 5.3 demonstra a variação da pressão no cilindro em função do ângulo de giro do virabrequim, conforme esperado para um motor de quatro tempos e apresentados no Capítulo 3.

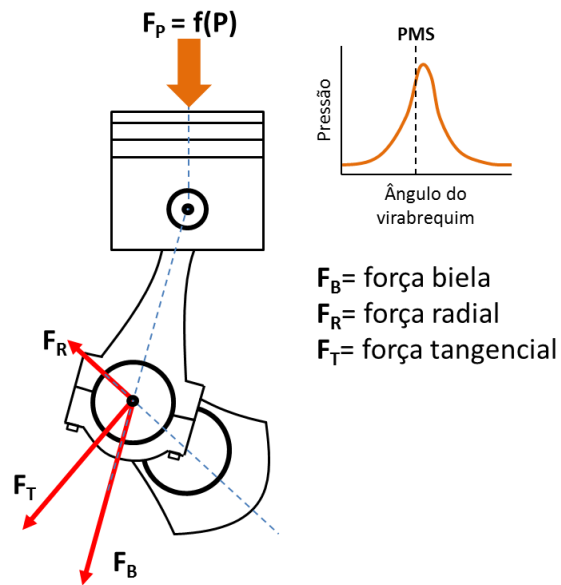


Figura 5.2: Forças no sistema pistão-biela-manivela e curva de pressão no cilindro.

A força tangencial, que multiplicada pelo raio do virabrequim corresponde ao torque no eixo, está também representada pela linha tracejada da Figura 5.3.

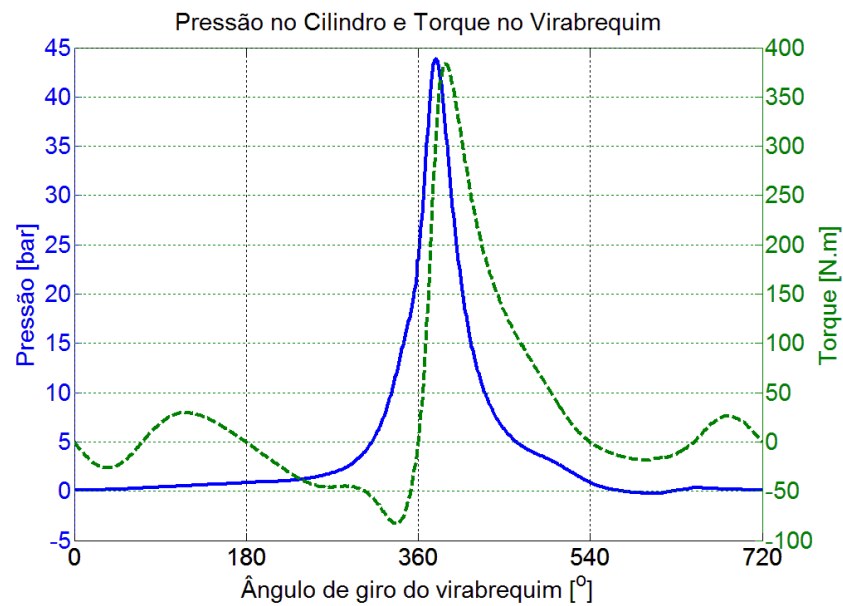


Figura 5.3: Curvas de pressão no cilindro e torque na manivela.

A forma matemática para descrever a curva do torque poder ser realizada por meio da análise de Fourier, baseando-se no fato de que qualquer função cíclica no tempo pode ser descrita como uma soma simples de séries de senos e cossenos puros e de diferentes amplitudes e frequências. A curva de torque da Figura 5.3 pode ser representada como uma soma de senos com coeficiente B_i e defasagem ϕ_i , conforme equação (5.1).

$$f(B_i, \phi_i) = B_0 + B_{\frac{1}{2}} \sin\left(\frac{1}{2}\theta + \phi_{\frac{1}{2}}\right) + B_1 \sin(1\theta + \phi_1) + B_{1-\frac{1}{2}} \sin\left(1 - \frac{1}{2}\theta + \phi_{1-\frac{1}{2}}\right) \dots + B_n \sin(n\theta + \phi_n) \quad (5.1)$$

A teoria de Fourier pode demonstrar que a curva da Figura 5.4 corresponde a um sinal cíclico descrito como uma amplitude de 3ª ordem harmônica. O período de tempo total corresponde a duas revoluções do virabrequim. Uma ordem harmônica no contexto de vibração torcional é uma quantidade que representa um número de eventos ou ciclos por revolução do virabrequim. Portanto, amplitude de 3ª ordem corresponde a um evento de amplitude que apresenta três ciclos completos por revolução do virabrequim, e portanto seis ciclos completos para duas revoluções deste.

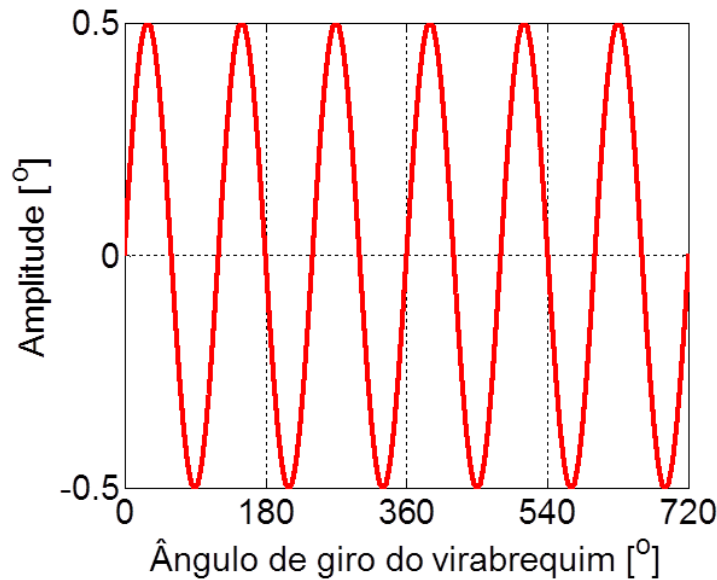


Figura 5.4: Sinal de 3ª ordem em duas revoluções do virabrequim com amplitude pico a pico de 1°.

Na Figura 5.4, o eixo da abscissa corresponde ao período de duas revoluções do virabrequim e o sinal mostrado é um seno puro com amplitude de 0,5°. Por definição, o sinal é uma amplitude de 3ª ordem com amplitude de pico a pico igual a 1,0°. Analogamente, a Figura 5.5 apresenta um

sinal de seno puro de 6^a ordem e com amplitude pico a pico de 1,0°. Neste caso, ocorrem 12 ciclos completos para duas revoluções do virabrequim.

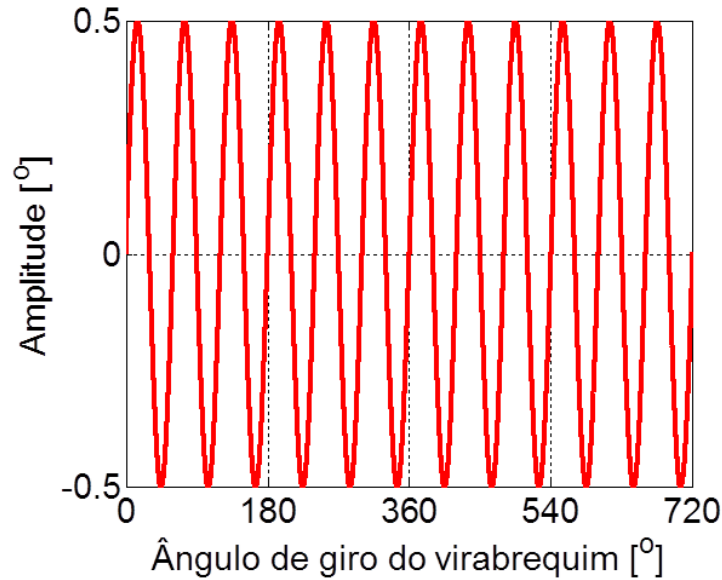


Figura 5.5: Sinal de 6^a ordem em duas revoluções do virabrequim com amplitude pico a pico de 1,0°.

A Figura 5.6 é uma representação da combinação dos sinais das Figuras 5.4 e 5.5, ou seja, amplitudes de 3^a e 6^a ordens, somados ponto a ponto ao longo do tempo. Neste caso, ambos os sinais de entrada estão em fase entre si e pode-se notar que a amplitude resultante de ambos os sinais com amplitude 1,0° não corresponde a 2,0°. Portanto, verifica-se que a defasagem relativa entre os dois sinais que compõem o sinal resultante é de grande importância.

Na Figura 5.7(a), o sinal apresentado corresponde também à combinação dos mesmos sinais de 3^a e 6^a ordens das Figuras 5.4 e 5.5, porém com o sinal de 6^a ordem defasado positivamente (adiantado) de 90° ($\frac{\pi}{2}$ rad) em relação ao sinal de 3^a ordem. Na Figura 5.7(b), o sinal de 6^a ordem está atrasado em 90° com relação à componente de 3^a ordem.

Se é possível combinar dois sinais senoidais puros ponto a ponto para obter sinais compostos conforme apresentado nas Figuras 5.6 e 5.7, é possível também decompor sinais compostos em senos puros. Analisando os sinais da Figura 5.7, é possível extrair as componentes harmônicas representando-as por suas respectivas amplitudes e fases utilizando a técnica de Fourier. Baseado

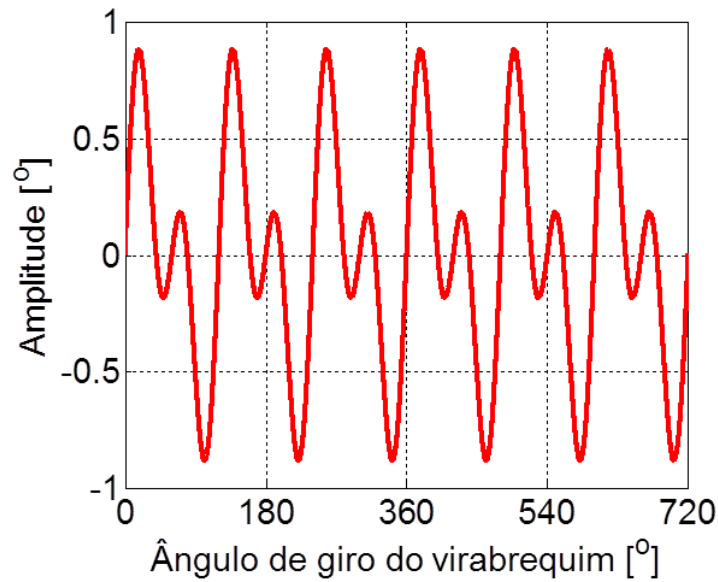
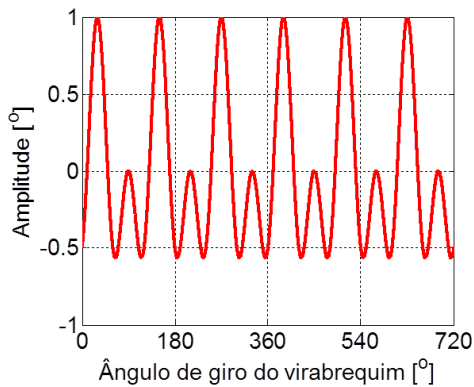
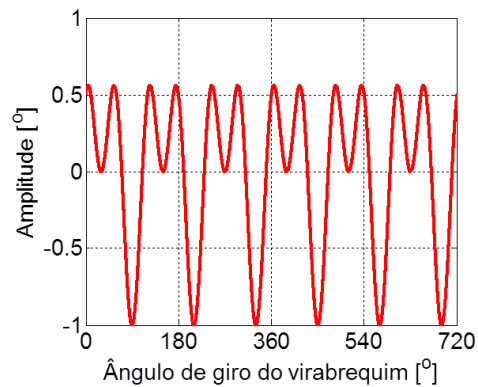


Figura 5.6: Sinal resultante com amplitude pico a pico de 1, 75° , formado pela combinação dos sinais de 3^a e 6^a ordens sem defasagem.



(a) 6^a ordem adiantada.



(b) 6^a ordem atrasada.

Figura 5.7: Combinação do sinal de 3^a ordem com o sinal de 6^a ordem adiantado (a) e atrasado (b) em 90° ($\frac{\pi}{2}$ rad).

nas definições anteriores, a Figura 5.8 apresenta um sinal de ordem $3 - \frac{1}{2}$ com amplitude pico a pico de 1, 0° e a Figura 5.9 mostra a combinação ponto a ponto deste sinal com um sinal de 6^a ordem de

mesma amplitude $1,0^\circ$. Neste último caso, a soma das amplitudes máximas é de fato igual a $2,0^\circ$.

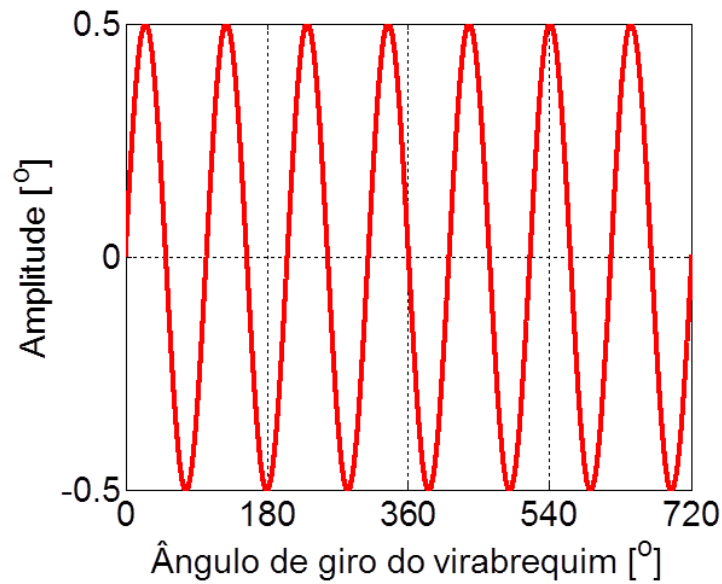


Figura 5.8: Sinal de ordem $3 - \frac{1}{2}$ em duas revoluções do virabrequim com amplitude pico a pico de $1,0^\circ$.

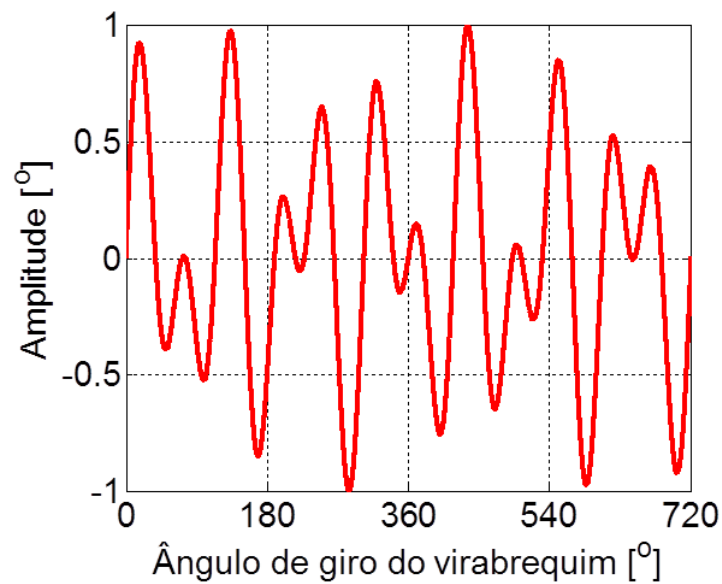


Figura 5.9: Sinal resultante com amplitude pico a pico de $2,0^\circ$, formado pela combinação dos sinais de ordens $3 - \frac{1}{2}$ e 6 sem defasagem.

A aparência mais complexa do sinal da Figura 5.9 é um indicativo do fato de que o sinal de

6ª ordem precisa de duas revoluções do virabrequim para completar um número inteiro de ciclos, sendo portanto conhecido como um fenômeno de meia ordem. Referindo-se novamente à curva de torque da Figura 5.3 e utilizando a teoria de Fourier, é possível obter uma série de componentes senoidais com defasagem relativa associada a cada uma delas de modo que quando somadas ponto a ponto, reproduzam o sinal do torque.

A Figura 5.10 mostra as 10 primeiras ordens harmônicas obtidas para a curva de torque da Figura 5.3 através da análise de Fourier. Uma vez que as integrais de Fourier foram calculadas para um período que contempla duas revoluções do virabrequim, por definição haverá componentes de meia ordem, sendo um ciclo completo de torque correspondente a 720° de rotação do virabrequim.

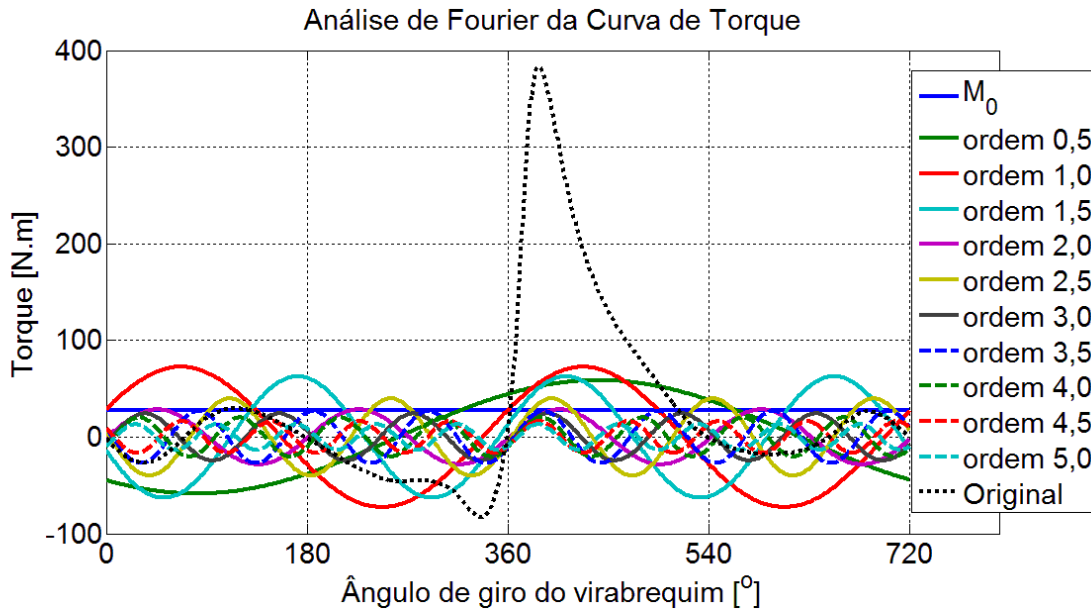


Figura 5.10: Análise de Fourier da curva de torque.

O fenômeno da vibração pode ser representado também no domínio da frequência, sendo que as variáveis frequência, rotação do virabrequim e número da ordem podem ser relacionados de acordo com a equação (5.2).

$$f[Hz] = \frac{OR}{60} \omega[rpm] \quad (5.2)$$

sendo $f[Hz]$ a frequência de vibração do virabrequim, OR o número da ordem harmônica e ω a rotação do virabrequim. O número da ordem relaciona a frequência de vibração com a velocidade

de rotação do virabrequim, sendo a transformação do domínio da frequência para o domínio da ordem um conceito importante para o entendimento dos mecanismos de vibração torcional.

5.2.2 Conceitos Fundamentais de Vibração Torcional

A seguir será apresentado o conceito e o equacionamento de um oscilador simples. A resposta fundamental de um oscilador simples pode sempre ser utilizada para explicar o fenômeno da vibração torcional. Um oscilador simples pode ser representado conforme a Figura 5.11, que corresponde a um modelo massa-mola torcional com inércia J e mola de rigidez torcional K_t . O torque externo aplicado é representado por T , o qual é proporcional ao deslocamento torcional θ ao longo da mola.



Figura 5.11: Representação esquemática de um oscilador simples.

É de interesse a obtenção da função de transferência do oscilador da Figura 5.11, que descreve a relação entre a amplitude de entrada θ_1 e a amplitude resultante de saída θ_2 . A equação do movimento é dada por

$$\Sigma T_J = J\ddot{\theta}_2 = K(\theta_1 - \theta_2). \quad (5.3)$$

Assumindo que θ_2 será da forma

$$\theta_2(t) = \bar{\theta}_2 e^{j\omega t} \quad (5.4)$$

e derivando a equação (5.4) duas vezes em relação ao tempo, tem-se

$$\ddot{\theta}_2(t) = \frac{d^2}{dt^2} \theta_2(t) = -\bar{\theta}_2 \omega^2 e^{j\omega t} \quad (5.5)$$

Substituindo o termo $\ddot{\theta}_2$ da equação (5.5) na equação (5.3), tem-se a seguinte relação

$$J(-\theta_2\omega^2 e^{j\omega t}) = K(\bar{\theta}_1 - \bar{\theta}_2) e^{j\omega t} \quad (5.6)$$

$$\frac{\bar{\theta}_2}{\bar{\theta}_1} = \frac{K}{K - j\omega^2} = \frac{1}{1 - \frac{J\omega^2}{K}}$$

A frequência natural do oscilador simples corresponde àquela em que a amplitude de saída θ_2 é máxima quando a amplitude de entrada θ_1 é constante. A partir da equação (5.6), pode-se calcular a frequência natural conforme

$$1 - \frac{J\omega_n^2}{K} = 0 \Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{K}{J}}. \quad (5.7)$$

Definindo a razão de frequências $\delta = \frac{\omega}{\omega_n}$, a função de transferência do oscilador simples pode ser reescrita da forma

$$\frac{\bar{\theta}_2}{\bar{\theta}_1} = \frac{1}{1 - \delta^2} = A_f \quad (5.8)$$

Sendo A_f a relação de amplitudes, chamado de fator de amplificação. Essa relação é mais facilmente entendida quando escrita na forma vetorial, reconhecendo que $\bar{\theta}_1$ e $\bar{\theta}_2$ são parâmetros complexos. Desta forma, a função de transferência, ou o fator de amplificação, para um oscilador simples pode ser escrito por notação vetorial da seguinte maneira

$$\frac{\bar{\theta}_2}{\bar{\theta}_1} = A_f \angle \phi = \left(\frac{1}{1 - \delta^2} \right) \angle \begin{cases} 0^\circ, \delta < 1 \\ -180^\circ, \delta > 1 \end{cases} \quad (5.9)$$

As características da equação (5.9) descrevem o comportamento da maioria dos sistemas vibratórios. A função de transferência de um oscilador torcional simples pode ser analisada a partir de três faixas de resposta representativas: em frequências próximas de zero, em frequências próximas da ressonância e em altas frequências. O comportamento relativo do sinal de saída é diretamente proporcional à entrada $|\theta_1|$. A Figura 5.12 ilustra a forma da amplitude da resposta, representada pelo fator de amplificação A_f , e sua respectiva fase em função da frequência

Para frequências muito baixas, a razão de frequências é praticamente nula ($\delta \approx 0$), a amplitude da entrada é igual à da saída ($A_f = 1$) estando ambos os sinais em fase ($\phi = 0$). Conforme

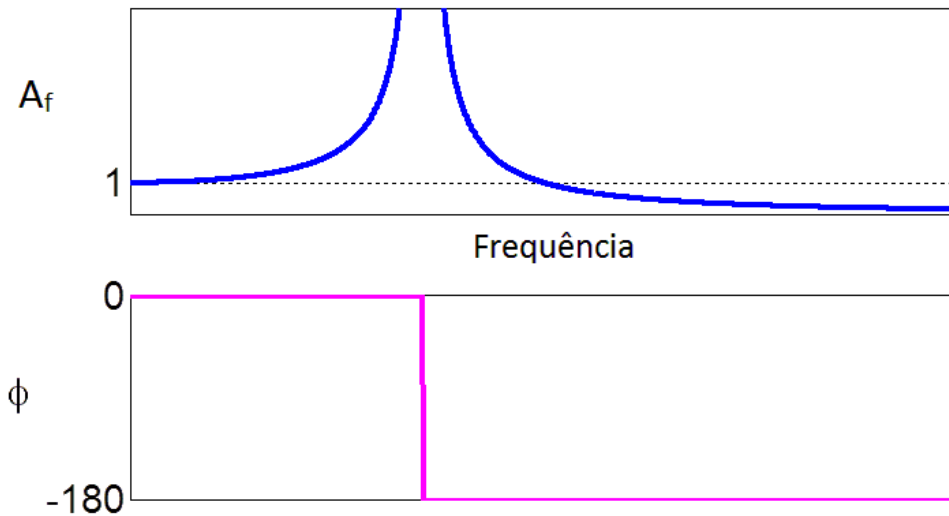


Figura 5.12: Resposta de um oscilador simples.

a frequência aumenta e se aproxima da ressonância ($\delta \approx 1$), a amplitude da resposta se aproxima do infinito ($A_f \approx \infty$). Para frequências ligeiramente acima da ressonância, ocorre uma defasagem de 180° na resposta e o sinal de saída estará sempre em oposição de fase em relação ao sinal de entrada.

Uma vez que as extremidades da mola estarão sempre se movendo em sentidos opostos, haverá um ponto ao longo do comprimento da mola que não estará se movendo. Este ponto com deslocamento nulo é chamado de nó de vibração. A presença deste nó caracteriza o modo de vibração do sistema, quando a entrada e a saída estão defasadas de 180° . A ressonância do primeiro modo de vibração ocorre quando a frequência de excitação coincide com a frequência natural do sistema ($\delta = 1$). Conforme a frequência atinge valores muito altos ($\delta \approx \infty$), a razão de amplitudes tende a ser nula ($A_f \approx 0$) independente da amplitude da entrada e os sinais de entrada e saída estão defasados de 180° ($\phi = -180^\circ$) e nesse caso, a inércia J é considerada isolada. Fazendo uma analogia, o conceito de isolamento é usado no projeto de suspensões automotivas. A frequência de ressonância do veículo é projetada para ser muito menor do que a frequência de excitação das rodas, minimizando portanto a influência do movimento das rodas no deslocamento do veículo e consequentemente garantindo o conforto dos passageiros. O isolamento implica em massa elevada ou baixa rigidez, o que torna difícil o projeto de suspensões de carros de pequeno porte. Baixa

rigidez é necessária, o que implica em alta deflexão estática à medida que o veículo é carregado.

O oscilador simples apresentado fornece uma boa base para o entendimento do fenômeno da vibração. Entretanto, este tipo de sistema não existe na natureza uma vez que o efeito do amortecimento foi negligenciado. A Figura 5.13 apresenta um sistema semelhante, que corresponde a um oscilador harmônico simples amortecido.

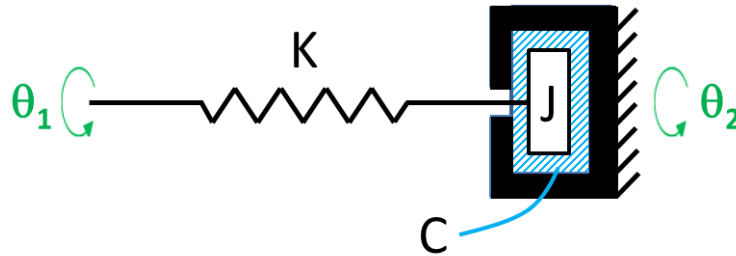


Figura 5.13: Representação esquemática de um oscilador simples amortecido.

A equação do movimento para o sistema amortecido é da forma

$$\Sigma T_J = J \ddot{\theta}_2 = -C \left(\dot{\theta}_2 \right) + K \left(\theta_1 - \theta_2 \right). \quad (5.10)$$

Utilizando as mesmas considerações do caso anterior

$$\theta_1(t) = \bar{\theta}_1 e^{j\omega t} \quad (5.11)$$

$$\theta_2(t) = \bar{\theta}_2 e^{j\omega t}$$

tem-se a função de transferência para oscilador simples amortecido

$$A_f = \frac{\bar{\theta}_2}{\bar{\theta}_1} = \frac{K}{(K - j\omega^2) + j\omega C} \quad (5.12)$$

sendo os parâmetros ω_n , δ , C_{cr} e ξ definidos como:

- frequência natural: $\omega_n = \sqrt{K/J}$
- razão de frequências: $\delta = (\omega/\omega_n)$

- Amortecimento crítico: $C_{cr} = 2\sqrt{KJ}$
- Fator de amortecimento: $\xi = C/C_{cr}$

Manipulando a equação (5.12) tem-se a função de transferência escrita da seguinte forma

$$A_f = \frac{\bar{\theta}_2}{\bar{\theta}_1} = \frac{1}{(1 - \delta^2) + j2\xi\delta} \quad (5.13)$$

A equação (5.13) pode ser ainda escrita na forma vetorial conforme

$$A_f \angle \phi = \sqrt{\frac{1}{(1 - \delta^2)^2 + (2\xi\delta)^2}} \angle -tg^{-1}\left(\frac{2\xi\delta}{1 - \delta^2}\right) \quad (5.14)$$

A Figura 5.14 apresenta a amplitude (fator de amplificação A_f) e a fase da resposta do sistema amortecido. De imediato, pode-se verificar que quando o amortecimento é nulo ($c = 0$), o sistema volta a se comportar como o oscilador simples não amortecido estudado anteriormente e a equação (5.14) se reduz à equação (5.9). Para frequências muito baixas ($\delta \approx 0$), a amplitude de saída se aproxima da amplitude de entrada ($A_f \approx 1$) e ambos os sinais permanecem em fase. Para frequências muito altas ($\delta \approx \infty$), os sinais de entrada e saída são defasados de aproximadamente 180° ($\phi = -tg^{-1}(-2\xi)$) e o sinal de saída se aproxima de zero independente da amplitude do sinal de entrada. Novamente a inércia J está isolada do sistema e existe um nó de vibração. A condição na ressonância ($\delta = 1$) é um pouco diferente para o caso amortecido. A amplitude da função de transferência nesta condição é dada por

$$A_{f(\delta=1)} = \frac{1}{2\xi} \quad (5.15)$$

O pico de amplitude para um sinal de entrada constante ocorre na verdade para valores de δ um pouco menores do que a unidade. De acordo com a equação (5.13), o fator de amplificação A_f terá seu valor máximo quando o termo $(1 - \delta^2)^2 + (2\xi\delta)^2$ tiver seu valor mínimo. Igualando a derivada

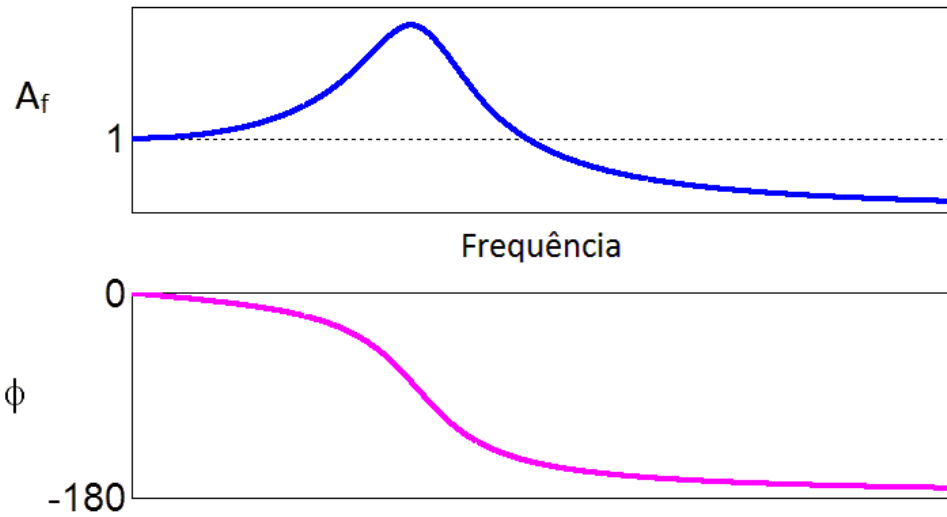


Figura 5.14: Resposta de um oscilador simples amortecido.

deste termo conforme

$$\frac{d}{d\delta} ((1 - \delta^2)^2 + (2\xi\delta)^2) = 0$$

$$0 - 2 + 2\delta^2 + 4\xi^2 = 0 \quad (5.16)$$

$$\delta^* = \sqrt{1 - 2\xi^2}$$

Para valores pequenos de amortecimento ($\xi < 0,2$), a diferença entre amplitude da resposta em $\delta = 1$ e $\delta = \delta^*$ é muito pequena. O atraso no sinal de saída para $\delta = 1$ é de 90° .

O sistema torcional de 1 **GDL** (oscilador simples amortecido) da Figura 5.11 será empregado como ponto de partida para a análise da vibração torcional de um virabrequim. A Figura 5.15 apresenta um eixo flexível, com três inércias concentradas ao longo de seu comprimento, sendo excitado na extremidade à esquerda por um sinal de amplitude θ_1 . As frequências de excitação variam de f_0 , próxima de zero, até frequências maiores f_1 à f_3 . Por se tratar de um sistema com 3 **GDL**, há três frequências de ressonância ou três modos de vibração.

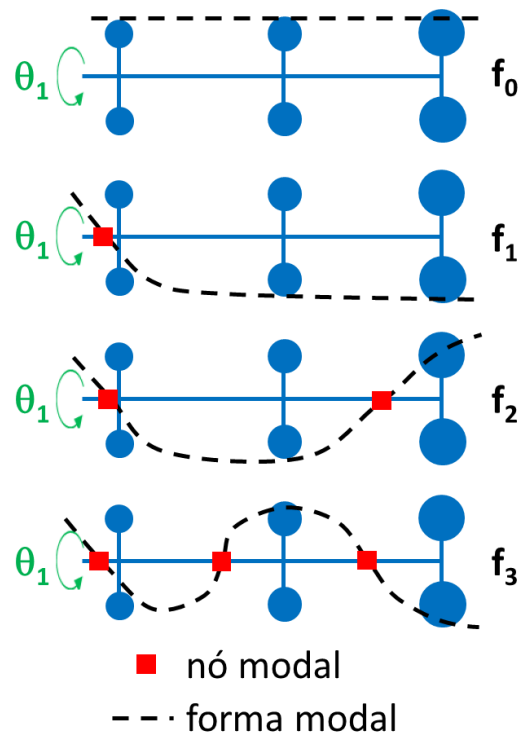


Figura 5.15: Eixo flexível com três inércias concentradas (NESTORIDES, 1958).

Quando a frequência de excitação f_0 é aplicada, observa-se movimento de corpo rígido no eixo, conforme a linha tracejada da Figura 5.15. Como f_0 está bem abaixo da frequência natural do eixo, a amplitude da resposta é igual à amplitude da excitação e está em fase com ela. A primeira frequência ressonante é f_1 . Neste caso, as três inércias respondem defasadas de 180° com relação à entrada θ_1 e um nó está presente no modo de vibração, conforme pode ser observado na Figura 5.15. O segundo modo de vibração ocorre na frequência f_2 . Neste caso, observam-se dois nós na forma modal que correspondem ao fato de as duas inércias mais à esquerda respondem defasadas de 180° em relação à excitação θ_1 e à massa à direita. A frequência f_3 representa o terceiro modo de vibração do eixo. Esse modo é caracterizado por três nós, sendo que a inércia ao centro responde em fase com a excitação, enquanto que a primeira e a última inércias estão defasadas de 180° em relação à entrada θ_1 .

Para frequências acima de f_3 , aproximando do infinito, o movimento das três inércias tende a zero independente da excitação, ou seja, encontram-se isoladas da excitação. A partir desta análise do eixo da Figura 5.15, pode-se considerar então o caso de estudo de um virabrequim. A Figura 5.16

apresenta um sistema massa-mola equivalente de um virabrequim de um motor de seis cilindros acoplado a um dinamômetro. Tem-se um total de 10 inércias e portanto 9 osciladores simples, havendo desta forma 9 frequências naturais. Este sistema é excitado pelos 6 torques de combustão nos cilindros, que são aplicados nos moentes do virabrequim.

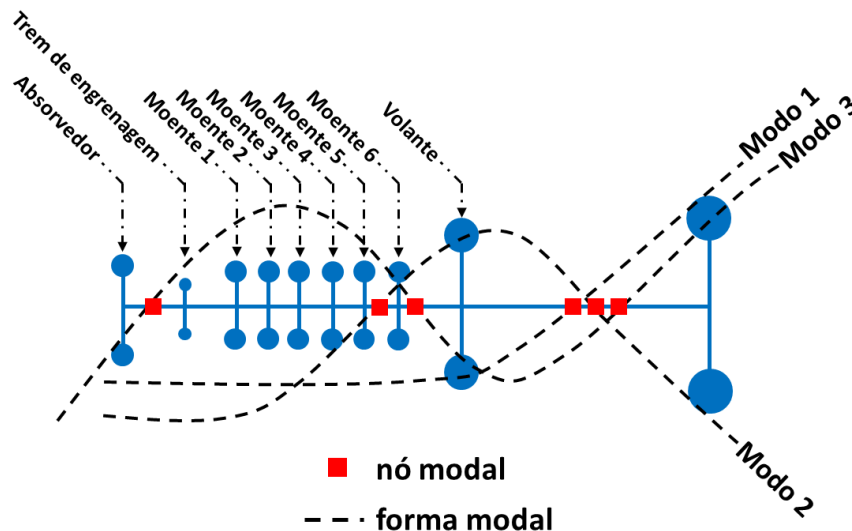


Figura 5.16: Sistema massa-mola equivalente de um virabrequim de um motor de 6 cilindros em linha acoplado a um dinamômetro (NESTORIDES, 1958).

O primeiro modo de vibração ou ressonância é denominado modo de rolamento ou modo de dinamômetro, conforme mostrado na Figura 5.15. Neste primeiro modo, o nó de vibração está localizado entre o volante de inércia e o rotor do dinamômetro ou, na maioria dos casos, no acoplamento elástico que liga o motor ao dinamômetro. O valor da primeira frequência de ressonância para um motor Diesel típico de seis cilindros em linha montado em um dinamômetro ocorre entre 10 e 40 Hz. O segundo modo de vibração do sistema é denominado primeiro modo do virabrequim ou modo do absorvedor de vibrações, sendo também conhecido como modo de volante. Quando o sistema é excitado neste modo, observa-se grande amplitude de deslocamento do virabrequim e o novo nó aparece tipicamente, para um motor Diesel de seis cilindros em linha, próximo ao quinto ou sexto moente. O terceiro modo de vibração é denominado de segundo modo do virabrequim ou modo do motor. O nó aparece agora no elemento amortecedor do absorvedor de vibrações.

Geralmente, os maiores níveis de tensões no virabrequim em condições de ressonância ocor-

rem na vizinhança de um nó e, conseqüentemente, as possíveis falhas ocorrerão nessas regiões. Conforme visto na Figura 5.15, todos os modos possuem um nó na região de acoplamento com o dinamômetro e como consequência essa fixação possui elevados níveis de solicitação e tensões. As falhas observadas em absorvedores de vibrações ocorrem em frequências próximas à do segundo modo de vibração. Já as falhas observadas em virabrequins ocorrem em frequências próximas às do terceiro modo. Geralmente essas falhas se localizam na vizinhança do quinto ou sexto moente para motores de seis cilindros e no ultimo moente para motores de quatro cilindros.

5.2.3 Ordens Principais de Vibração Torcional e Assinatura

Conforme apresentado anteriormente, o torque aplicado no virabrequim é caracterizado por um sinal complexo, o qual pode ser decomposto em uma série de componentes senoidais simples, denominadas ordens de vibração ou harmônicas. O termo harmônica é utilizado para designar frequências acima de uma dada frequência de referência e caracterizadas como múltiplos inteiros desta frequência. Por exemplo, tomando-se uma frequência de referencia de 100 Hz, o primeiro harmônico é 200 Hz, o segundo é 300 Hz e assim por diante. No caso de um **MCI**, a frequência de referência é a velocidade de rotação do motor. Para um motor de quatro tempos, há um pulso de combustão em cada um dos cilindros para duas revoluções completas do virabrequim. Dessa forma, a frequência fundamental de combustão é um fenômeno de meia ordem, conforme já foi apresentado anteriormente neste capítulo. Portanto, esperam-se harmônicos de meia ordem nos torques aplicados ao virabrequim. Os harmônicos de pulso de combustão fundamental de meia ordem em um motor de quatro tempos são $1, 1 - \frac{1}{2}, 2, 2 - \frac{1}{2}, 3$ e etc. Em geral, a presença de harmônicos de meia ordem em respostas de vibração torcional indicam uma sequência de combustão em quatro tempos. Utilizando como exemplo o motor de quatro tempos de dois cilindros ilustrado na Figura 5.17, observa-se que a defasagem relativa de combustão nos cilindros tem efeitos na vibração torcional do virabrequim. Neste caso, enquanto ocorre a combustão no primeiro cilindro para um ângulo de zero graus, a combustão no segundo cilindro ocorrerá 360° adiante do primeiro. Logo, a partir desta combustão, o segundo cilindro irá gerar uma série de torque contendo um harmônico de ordem $1 - \frac{1}{2}$, conforme indicado pela linha tracejada da Figura 5.17(a). Observa-se então que esse novo harmônico será cancelado pelo mesmo harmônico de ordem $1 - \frac{1}{2}$ oriundo da combustão no primeiro cilindro. Este cancelamento é característico de motores deste tipo, ou seja, amplitude zero para ordem $1 - \frac{1}{2}$.

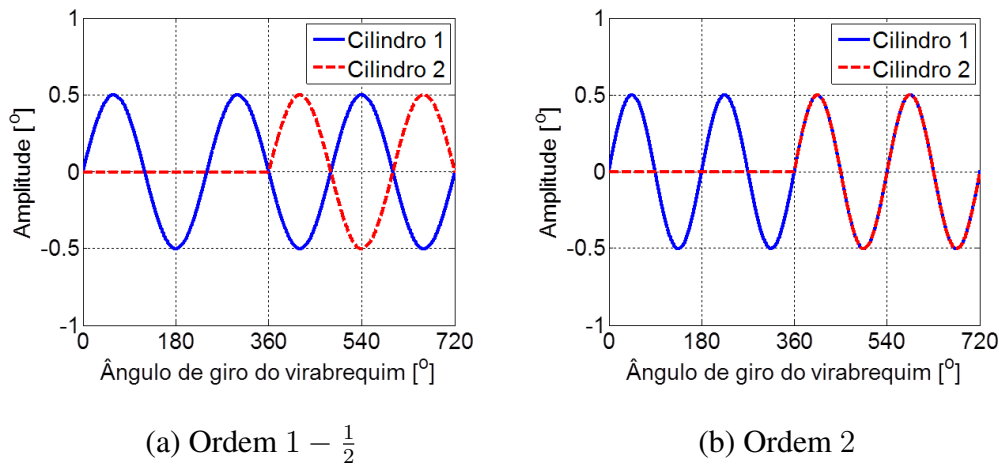


Figura 5.17: Ordens $1 - \frac{1}{2}$ e 2 de um motor de dois cilindros e quatro tempos.

Observando a Figura 5.17(b), no caso da 2ª ordem, há uma superposição dos harmônicos provenientes da combustão nos dois cilindros, fazendo com que essa seja um ordem primária para um motor de dois cilindros e quatro tempos. Assim, os harmônicos presentes na resposta de vibração torcional de um virabrequim caracterizam o motor de forma única, ou seja, correspondem à sua assinatura. O fenômeno da defasagem se torna mais complicado de se descrever à medida que a ordem de ignição nos cilindros e a defasagem das manivelas (moentes) se torna mais complicada. A Tabela 5.1 apresenta um resumo das características de motores de quatro tempos de quatro, seis e oito cilindros em linha.

A defasagem da combustão nos cilindros é influenciada pela forma do modo de vibração. Há três posições de nós de vibração geralmente encontradas em virabrequins, conforme apresentado na Tabela 5.1. A forma modal é importante na defasagem de combustão dos cilindros devido à mudança de 180° na fase que ocorre em um nó do modo de vibração. Um motor de quatro tempos e quatro cilindros em linha, respondendo a uma ressonância dinamométrica para a qual não há nó no virabrequim, terá as seguintes ordens primárias: 2, 4, 6, 8 e etc. As ordens nulas serão: $\frac{1}{2}$, 1, $1 - \frac{1}{2}$, 3, $3 - \frac{1}{2}$, 4, $4 - \frac{1}{2}$, 5 e etc. O mesmo virabrequim quando excitado nos modos do motor e do absorvedor terá as mesmas ordens primárias (2, 4, 6 e etc) mas não terá ordens nulas e as demais ordens terão amplitudes relativas baixas. Como já mencionado, a característica de vibração torcional de um motor representa a sua assinatura. Por exemplo, a presença de meia ordens indica

Tabela 5.1: Amplitudes relativas das ordens de vibração torcional causadas pela defasagem de combustão para três tipos de motores (NESTORIDES, 1958).

Número de Cilindros	Diagrama do Virabrequim	Ordem de Ignição	Ângulo entre manivelas	Amplitudes Relativas das Ordens de Vibração Torcional		
				Modo dinamômetro	Modo volante	Modo motor
4		1-3-4-2	180°			
6		1-5-3-6-2-4	120°			
8		1-6-2-5-8-3-7-4	90°			

que o motor é de quatro tempos. Amplitudes altas de ordens $4 - \frac{1}{2}$ e 6 indicam que o motor está vibrando provavelmente em ambos os modos com um nó próximo ao volante de inércia. A presença de uma resposta de 3ª ordem em baixa frequência indica que o motor está acoplado de forma pouco rígida ao dinamômetro. De forma geral, para virabrequins excitados próximos às ressonâncias dos modos do motor e absorvedor, as ordens principais são 3, $4 - \frac{1}{2}$ e 6 para motores de seis cilindros em linha e 2, $3 - \frac{1}{2}$, 4, $4 - \frac{1}{2}$, $5 - \frac{1}{2}$ e 6 para motores de quatro cilindros em linha.

5.3 Modelagem Analítica de Vibração Torcional

O método consiste em se determinar a resposta em frequência das amplitudes de vibração torcional e torques atuantes em um virabrequim. A formulação é baseada na equação diferencial de movimento do sistema, excitado periodicamente pelos torques provenientes da combustão da mistura ar/combustível na câmara de combustão. O método será apresentado para um motor com virabrequim de cinco manivelas e com um absorvedor de vibrações simples. O sistema pistão-biela-manivela é excitado pela pressão de combustão no cilindro, a qual gera reações dinâmicas no sistema.

Os modelos analíticos simplificados para a caracterização de vibração torcional estão baseados na substituição do virabrequim real por um sistema massa-mola-amortecedor torcional equivalente de vários **GDL**, conforme será apresentado na próxima seção. Os efeitos de inércia são representados por momentos de inércia das manivelas, incluindo a massa de rotação das bielas nos momentos do virabrequim. Estes momentos de inércia são obtidos a partir de programas **CAD**. Os efeitos de rigidez são representados pelos coeficientes de rigidez torcional das manivelas, determinados por programas **CAE**, conforme abordagem da Seção 4.1.2. Os efeitos de amortecimento são representados pelos coeficientes de amortecimento absoluto nos cilindros e coeficientes de amortecimento relativo entre cada grau de liberdade. Os valores dos amortecimentos são obtidos experimentalmente e, neste trabalho, serão considerados valores da literatura.

5.3.1 Exemplo de Motor de 10 cilindros dispostos em V

A Equação de movimento

É importante ressaltar que, para o problema de vibrações torcionais de motores em V, a equação de movimento do sistema equivalente é a mesma para o caso de motores em linha. Para efeito de demonstração, será apresentada a formulação para o motor com virabrequim de cinco manivelas apresentado na Figura 4.1, a qual serve tanto para um motor de cinco cilindros em linha como para um motor de dez cilindros em V.

Para a análise de vibração torcional do virabrequim, inclui-se na equação (4.1), apresentada na Seção 4.1.1 os termos de amortecimento e de excitação. A equação de movimento para este caso é dada por

$$[J]\{\ddot{\theta}(t)\} + [C]\{\dot{\theta}(t)\} + [K_t]\{\theta(t)\} = \{T(t)\}, \quad (5.17)$$

sendo $[J]$ a matriz de inércia, $[C]$ a matriz de amortecimento, $[K_t]$ a matriz de rigidez torcional, $\{\theta(t)\}$ o vetor de amplitudes de vibração torcional e $\{T(t)\}$ o vetor do torque de excitação.

A forma da matriz de inércia é

$$[J] = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_8 \end{bmatrix}.$$

Para cada cilindro, é necessário definir um amortecimento absoluto, o qual está relacionado ao atrito entre a camisa do cilindro e os anéis e a saia do pistão.

A matriz de amortecimento absoluto é definida como

$$[C_a] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{a_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{a_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{a_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{a_4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{a_5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

A matriz de amortecimento relativo é dada por

$$[C_r] = \begin{bmatrix} C_{r_1} & -C_{r_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C_{r_1} & C_{r_1} + C_{r_2} & -C_{r_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -C_{r_2} & C_{r_2} + C_{r_3} & -C_{r_3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -C_{r_3} & C_{r_3} + C_{r_4} & -C_{r_4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -C_{r_4} & C_{r_4} + C_{r_5} & -C_{r_5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -C_{r_5} & C_{r_5} + C_{r_6} & -C_{r_6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C_{r_6} & C_{r_6} + C_{r_7} & -C_{r_7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C_{r_7} & C_{r_7} \end{bmatrix}.$$

A matriz de amortecimento global é a soma das matrizes de amortecimento absoluto e relativo, ou seja,

$$[C] = [C_r] + [C_a].$$

A matriz de rigidez do sistema é dada por

$$[K_t] = \begin{bmatrix} K_{t_1} & -K_{t_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_{t_1} & K_{t_1} + K_{t_2} & -K_{t_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_{t_2} & K_{t_2} + K_{t_3} & -K_{t_3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_{t_3} & K_{t_3} + K_{t_4} & -K_{t_4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_{t_4} & K_{t_4} + K_{t_5} & -K_{t_5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{t_5} & K_{t_5} + K_{t_6} & -K_{t_6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{t_6} & K_{t_6} + K_{t_7} & -K_{t_7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{t_7} & K_{t_7} \end{bmatrix}.$$

Nesse caso, o vetor de amplitudes de vibrações torcionais é definido como

$$\{\theta(t)\} = \{\theta_1(t) \ \theta_2(t) \ \theta_3(t) \ \theta_4(t) \ \theta_5(t) \ \theta_6(t) \ \theta_7(t) \ \theta_8(t)\}^T.$$

O vetor de excitação do sistema é escrito através dos torques de excitação em cada um dos cilindros da seguinte maneira

$$\{T(t)\} = \{0 \ 0 \ T_1(t) \ T_2(t) \ T_3(t) \ T_4(t) \ T_5(t) \ 0\}^T.$$

Nota-se que o sistema é excitado apenas nas inércias relativas aos cilindros. No caso de motores em V, somam-se os torques de excitação de ambas as bielas e aplica-se como uma única carga na manivela, na posição central do moente. Esses torques são calculados a partir das forças tangenciais F_T aplicadas no virabrequim pelas bielas. Conforme apresentado anteriormente, devido à natureza periódica da excitação, torna-se necessário representar os componentes harmônicos do torque de excitação através da série de Fourier discreta, ou seja,

$$T_i(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{24} [A_{i_n} \cos n\omega t + B_{i_n} \sin n\omega t], \quad (5.18)$$

sendo n o número de pontos da discretização e ω a frequência fundamental. O cálculo dos termos A_0 , A_{i_n} e B_{i_n} é definido na referência (EWINS, 1995). A expansão da série é truncada na 24ª ordem, pois a precisão dos cálculos até este ponto é considerada satisfatória para descrever o sinal, conforme descrito por (MENDES, 2005).

A partir das relações de Euler, pode-se demonstrar que

$$T_i(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{24} [C_{i_n} e^{in\omega t} + \overline{C}_{i_n} e^{-in\omega t}], \quad (5.19)$$

sendo $C_{i_n} = (1/2)(A_{i_n} - iB_{i_n})$ e $\overline{C}_{i_n} = (1/2)(A_{i_n} + iB_{i_n})$.

A resposta do sistema pode ser obtida pelas equações de estado e pela integral de convolução, cuja formulação está disponível na referência (MENDES, 2005) e foi implementada no programa **CrankLab**.

5.4 Resultados

5.4.1 Motor de 10 Cilindros em V

A Figura 5.18 apresenta um diagrama de Campbell, mostrando as velocidades críticas do virabrequim em função da frequência de vibração, lembrando que a relação entre as frequências de ressonância e a rotação do virabrequim, para cada harmônica, é dada pela equação (5.2). O gráfico da Figura 5.19 apresenta as am-

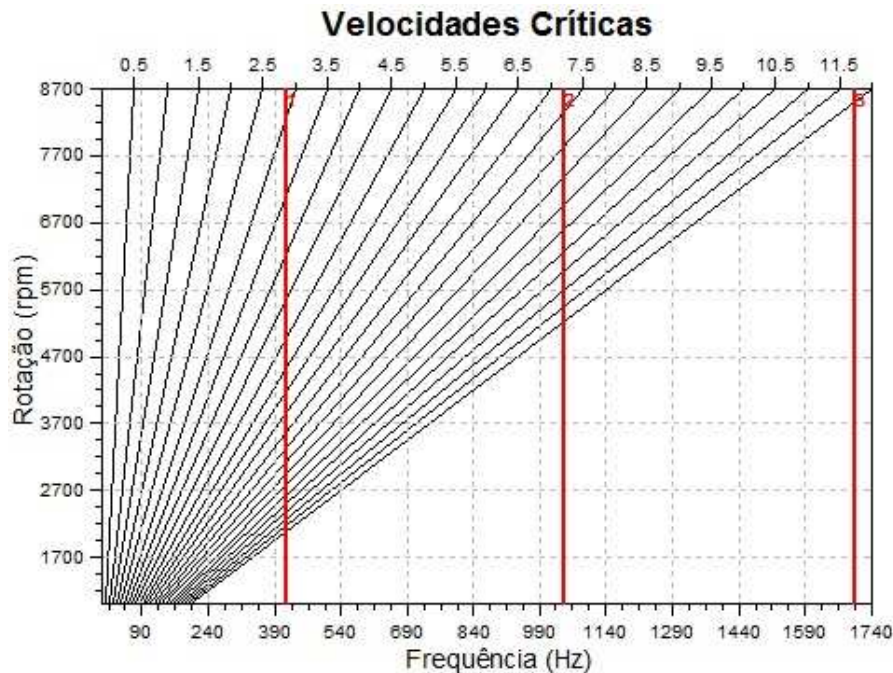


Figura 5.18: Diagrama de Campbell do motor V10 obtido pelo programa **AVL Excite Designer**.

plitudes de vibração torcional calculadas pelo programa **AVL Excite Designer**, a partir dos carregamentos de torque apresentados na Figura 3.18. Observa-se que as velocidades mais críticas do motor ocorrem por volta de 4955 *rpm*, 6195 *rpm* e 7080 *rpm*, correspondendo às ordens harmônicas 5, 4 e 3,5, respectivamente, excitadas na primeira frequência ressonante do sistema (413 Hz).

A Figura 5.20 apresenta o gráfico de amplitudes de vibração calculadas pelo programa **CrankLab**. Observa-se uma excelente correlação com os resultados do programa **AVL Excite Designer** e que, segundo (MENDES, 2005) e (VILLALVA *et al.*, 2006), apresentam boa correlação com medições experimentais, conforme Figuras 2.1 e 2.2. A excitação do sistema na primeira frequência de ressonância (413 Hz) gera os

maiores picos de resposta nas velocidades críticas para as ordens 3, 5, 4 e 5, enquanto que a segunda e a terceira frequências ressonantes, apesar de se encontrarem dentro da faixa de operação do motor, excitam o sistema apenas acima da sétima ordem harmônica, o que não gera picos de respostas relevantes. A ordem 7, 5 ainda apresenta picos de resposta relevantes para as duas primeiras frequências naturais, a 3300 rpm e 8400 rpm, porém menores do que os obtidos para as outras harmônicas mais importantes, considerando ainda que o motor pouco trabalha em rotações extremamente elevadas.

A Figura 5.21 apresenta os torques de vibração torcional atuantes em cada **GDL** do virabrequim V10, os quais são diretamente proporcionais às amplitudes de vibração torcional.

A Tabela 5.2 apresenta os picos de resposta do motor V10 para as principais ordens harmônicas calculados pelo programa **CrankLab**.

Tabela 5.2: Amplitudes de resposta do motor V10 para as ordens harmônicas mais importantes.

Frequência [Hz]	413				1053
Ordem harmônica [-]	3,5	4	5	7,5	7,5
Rotação [rpm]	7080	6195	4956	3304	8424
Amplitude de vibração [°]	0,43	0,27	0,36	0,16	0,24

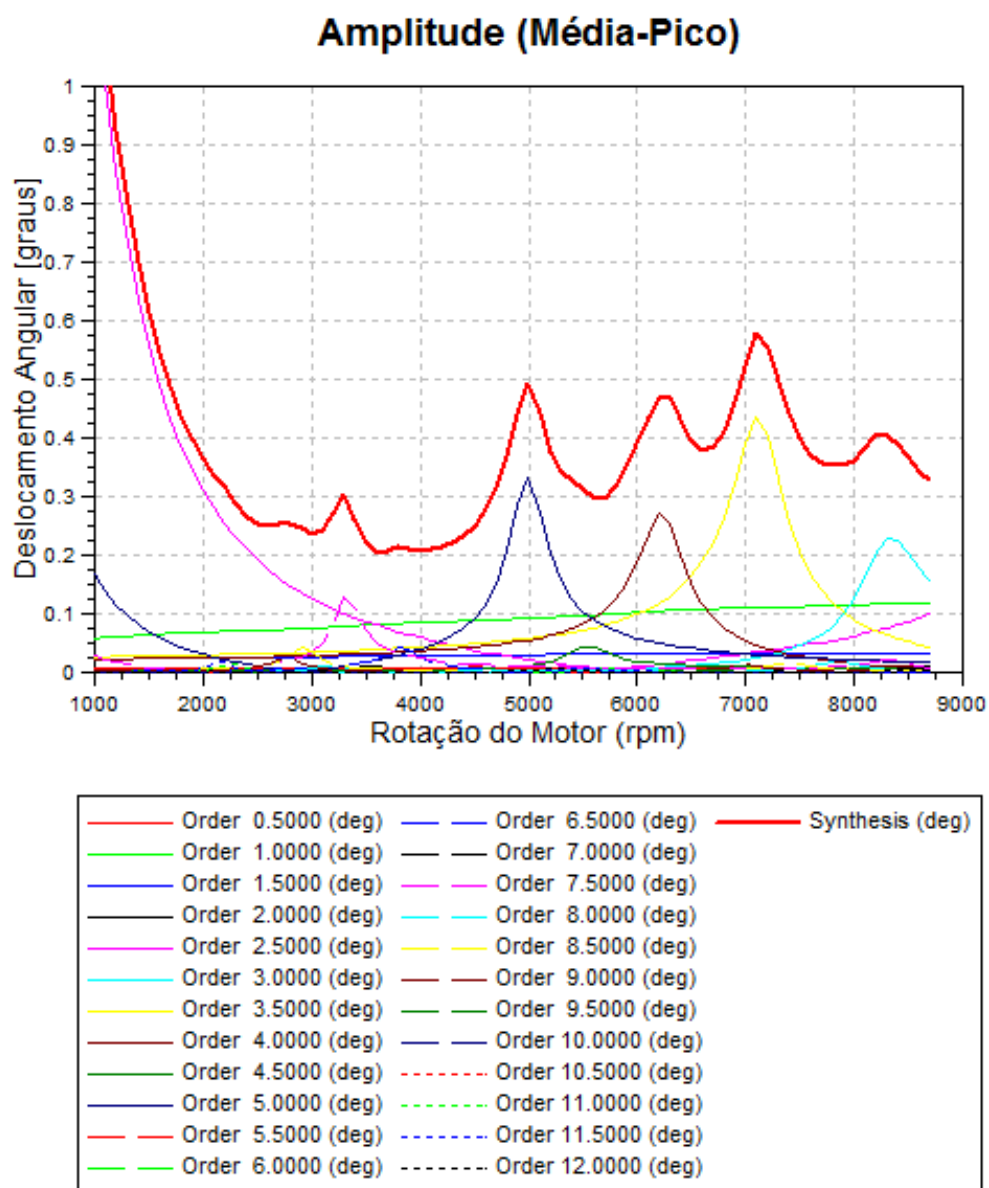


Figura 5.19: Amplitudes de vibração torcional na polia do virabrequim V10 para as primeiras 24 harmônicas calculadas pelo programa **AVL Excite**.

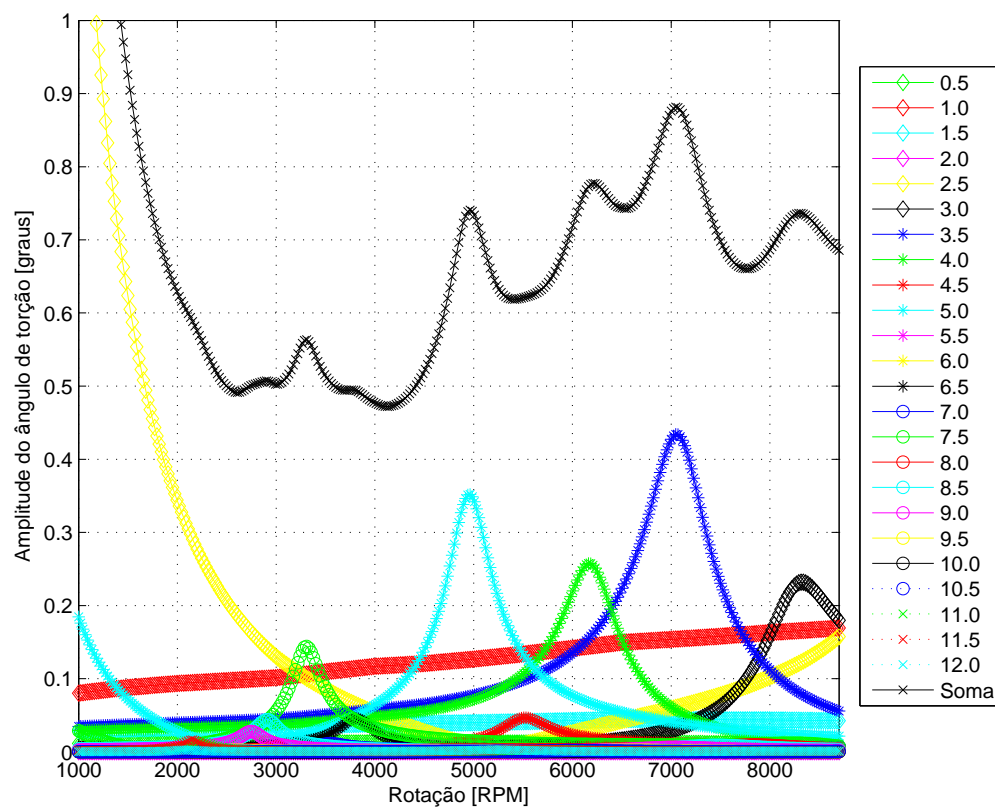


Figura 5.20: Amplitudes de vibração torcional na polia do virabrequim V10 para as primeiras 24 harmônicas calculadas pelo programa **CrankLab**.

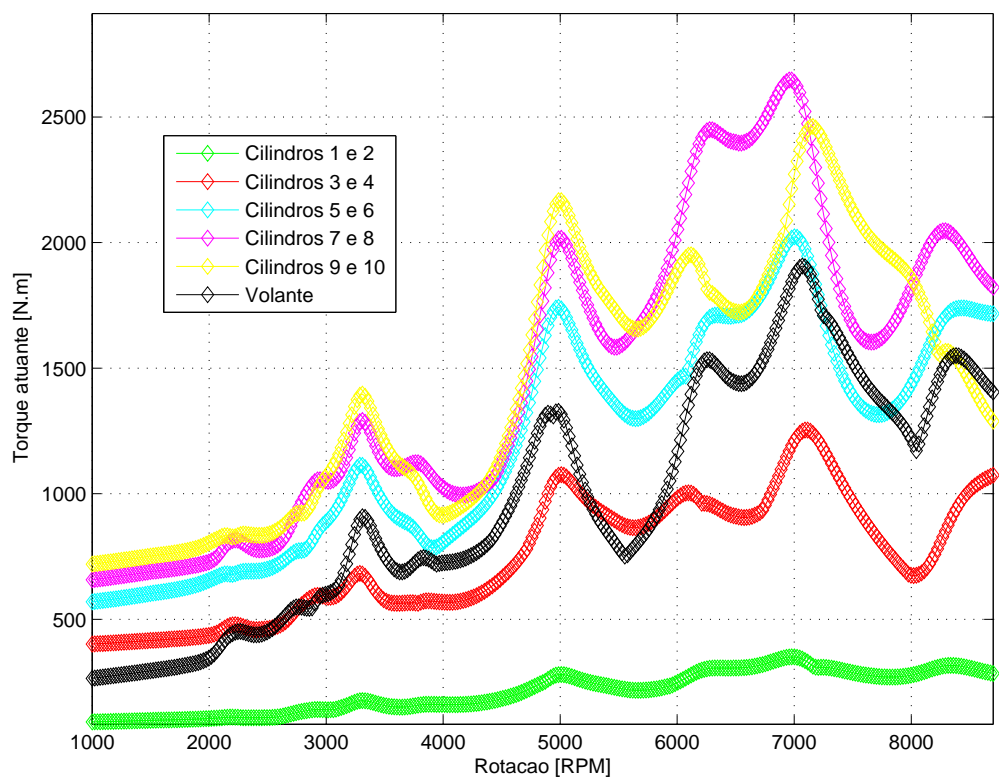


Figura 5.21: Torques de vibração torcional atuantes no virabrequim V10.

5.4.2 Motor de 6 Cilindros em Linha

O gráfico da Figura 5.22 apresenta as amplitudes de vibração torcional calculadas pelo programa **AVL Excite Designer**, a partir dos carregamentos de torque apresentados na Figura 3.24. Observa-se que as velocidades mais críticas do motor ocorrem por volta de 2290 rpm e 3050 rpm, correspondendo às ordens harmônicas 6,0 e 4,5, respectivamente. Neste caso, a segunda frequência não excita o sistema dentro da faixa útil de rotações e consequentemente não aparecem picos de resposta no gráfico.

A Figura 5.23 apresenta o gráfico de amplitudes de vibração calculadas pelo programa **CrankLab** e observa-se uma excelente correlação com os resultados do programa **AVL Excite Designer**.

O diagrama de Campbell para o virabrequim 6 cilindros está mostrado na Figura 5.24, apresentando as velocidades críticas do motor para a primeira frequência ressonante de 231 Hz. A Figura 5.25 apresenta os torques de vibração torcional atuantes em cada **GDL** do virabrequim 6 cilindros, os quais são diretamente proporcionais às amplitudes de vibração torcional.

A Tabela 5.3 apresenta os picos de resposta do motor 6 cilindros para as principais ordens harmônicas, calculados pelo programa **CrankLab**.

Tabela 5.3: Amplitudes de resposta do motor 6 cilindros para as ordens harmônicas mais importantes.

Frequência [Hz]	229		
Ordem harmônica [-]	4,5	5,5	6
Rotação [rpm]	3053	2498	2290
Amplitude de vibração [°]	0,46	0,11	0,36

Analisando as amplitudes a partir dos gráficos de amplitudes para ambos os casos analisados, conclui-se que é fundamental a utilização de absorvedores de vibrações torcionais. Para o caso do motor 6 cilindros, por exemplo, é recomendável que o motor trabalhe com amplitudes máximas da ordem de 0,25°, conforme apresentado por (MENDES, 2005).

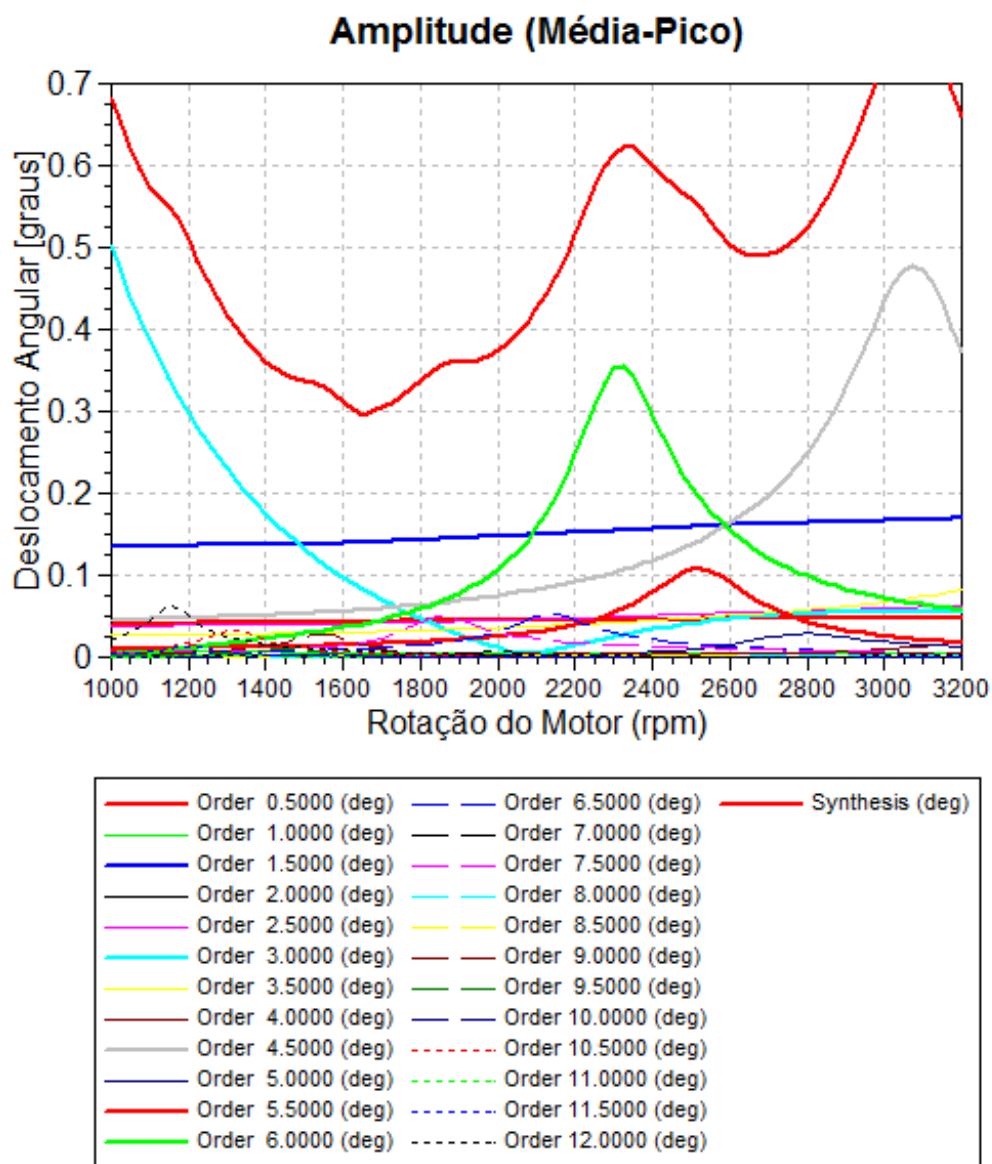


Figura 5.22: Amplitudes de vibração torcional na polia do virabrequim 6 cilindros para as primeiras 24 harmônicas calculadas pelo programa **AVL Excite**.

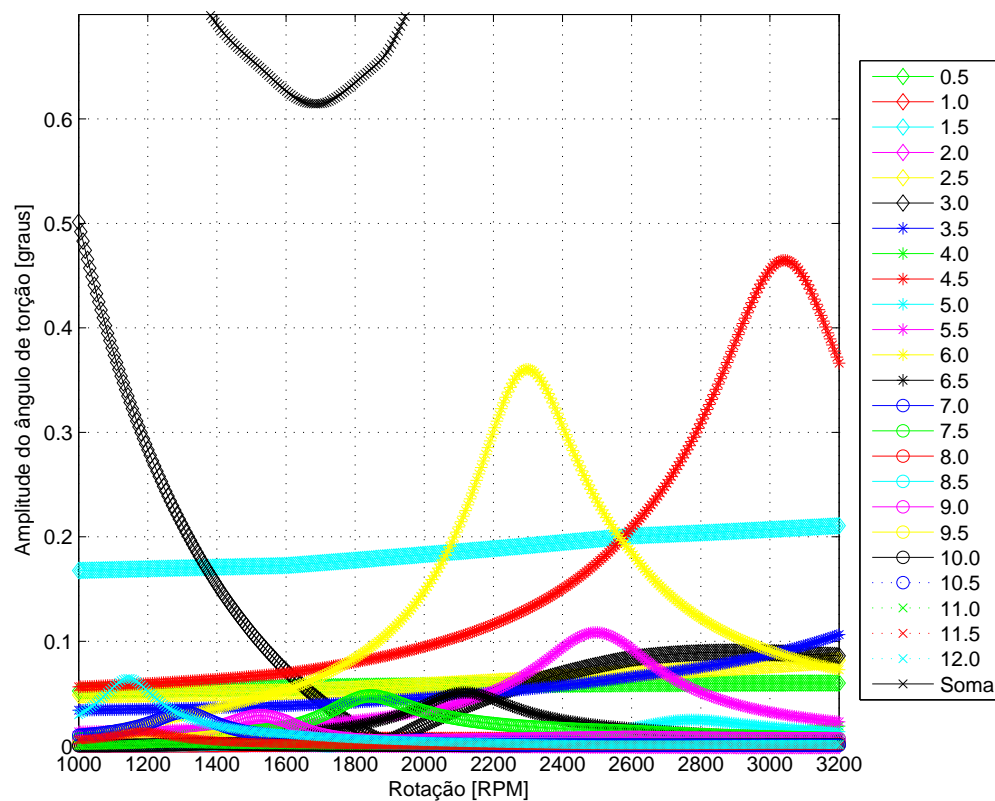


Figura 5.23: Amplitudes de vibração torcional na polia do virabrequim 6 cilindros para as primeiras 24 harmônicas calculadas pelo programa **CrankLab**.

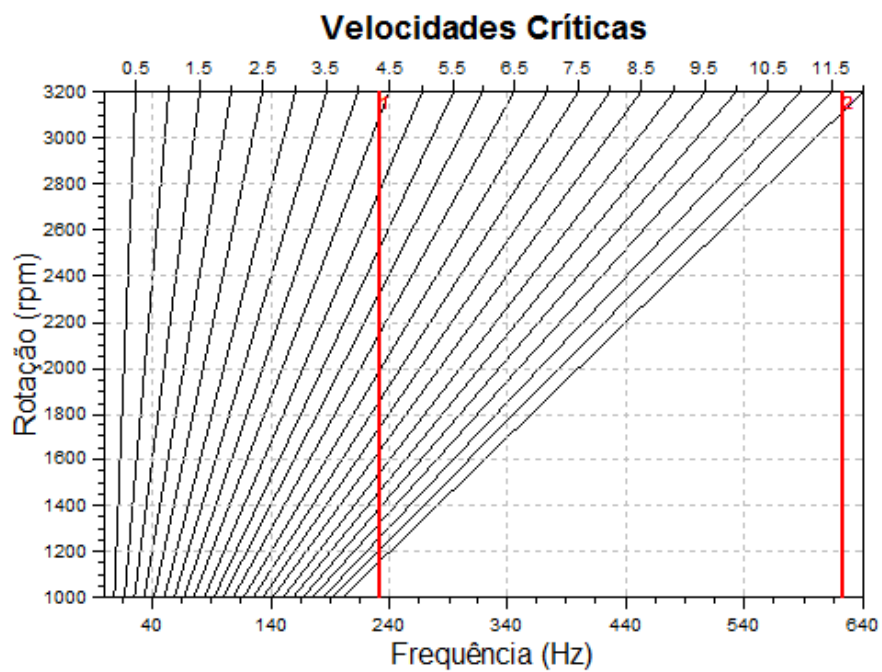


Figura 5.24: Diagrama de Campbell do motor 6 cilindros obtido pelo programa **AVL Excite Designer**.

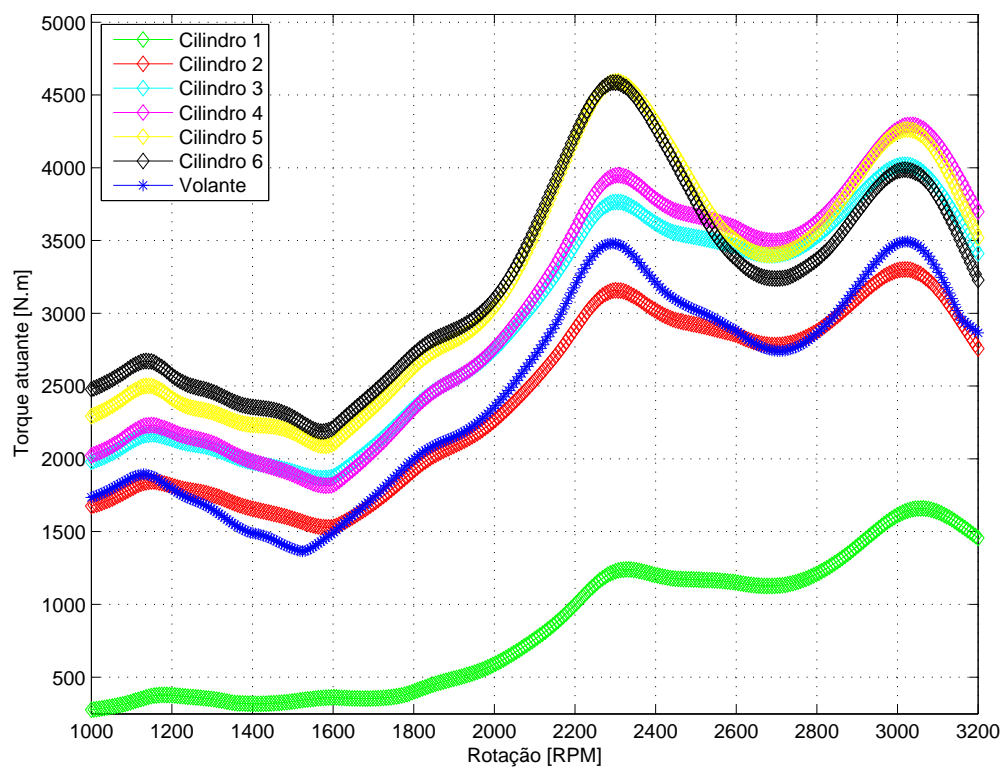


Figura 5.25: Torques de vibração torcional atuantes no virabrequim 6 cilindros.

6 Absorvedores de Vibrações Torcionais para Aplicação Automotiva

Neste capítulo, será apresentada uma teoria referente a absorvedores de vibração torcional para virabrequins automotivos e uma metodologia para dimensionamento desses absorvedores. A formulação apresentada neste texto está baseada na referência (NESTORIDES, 1958).

Uma das principais causas de falhas em virabrequins e acessórios de motores de combustão interna é a vibração torcional excessiva, decorrente da combustão defasada que ocorre nos cilindros, conforme foi abordado no Capítulo 5. O conhecimento dessas vibrações torcionais é fundamental para um bom projeto do virabrequim, pois quando não se consegue eliminar as amplitudes de vibração, é possível fazer uso de absorvedores de vibração a fim de atenuá-las. Uma vez que motores de alta performance apresentam vibrações torcionais excessivas devido às altas pressões dentro das câmaras de combustão, deve-se atentar para este fenômeno e atuar de forma a reduzir as amplitudes de vibração utilizando absorvedores.

Este capítulo apresenta uma teoria para dimensionamento de absorvedores de vibrações torcionais e os efeitos que estes produzem nas amplitudes de vibração do virabrequim. Basicamente, existem três tipos principais de absorvedores que podem ser aplicados a virabrequins automotivos:

- disco sintonizado sem amortecimento;
- disco sintonizado com amortecimento;
- disco não sintonizado com amortecimento.

O primeiro tipo consiste apenas em um anel de inércia acoplado rigidamente à região frontal do virabrequim junto à polia. Este disco deve ter uma inércia conhecida, assim como o eixo de acoplamento deve ter uma rigidez torcional conhecida. A razão entre esta inércia e esta rigidez deve ser tal que se reduza efetivamente as amplitudes de vibração. Este efeito está ilustrado na Figura 6.1 e ocorre geralmente quando a frequência natural do anel de inércia é muito próxima da primeira frequência natural do virabrequim original.

Os absorvedores sintonizados com amortecimento consistem em um anel de inércia, da mesma forma que os sem amortecimento, porém conectados elasticamente ao virabrequim por meio de um elastômero (borracha) ou até mesmo por meio de molas. Este material elástico de acoplamento entre o disco sintonizado e a carcaça do absorvedor é geralmente conhecido como anel de borracha. A Figura 6.2 apresenta um absorvedor sintonizado com anel de borracha.

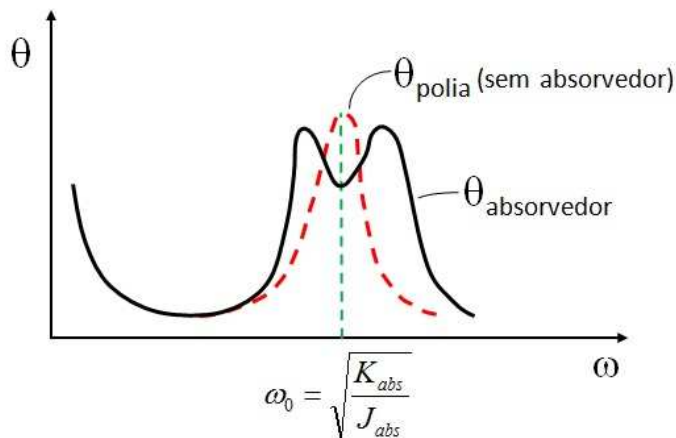


Figura 6.1: Redução de amplitude de vibração quando a frequência natural do absorvedor coincide com a frequência de ressonância do virabrequim sem absorvedor (ω_0) (NESTORIDES, 1958).



Figura 6.2: Absorvedor de vibrações torcionais sintonizado com anel de borracha (FLUIDAMPR, 2012).

Como regra geral, esses tipos de absorvedores de vibração requerem sintonia, isto é, adaptação ao sistema original do motor. Os que apresentam amortecimento, diferentemente dos que não apresentam, não necessariamente atuam conforme ilustrado na Figura 6.1 quando sintonizados na frequência natural do sistema original.

A maioria dos veículos comerciais e de passeio que requerem o uso de um absorvedor torcional, utiliza o do tipo sintonizado de borracha, uma vez que são relativamente de menor custo de produção, assim como trabalham adequadamente na redução das amplitudes de vibração do motor em condições normais de operação. Os absorvedores sintonizados sem amortecimento geralmente não são mais utilizados comercialmente, uma vez que não apresentam benefícios em relação ao amortecido, ficando apenas a título de informação neste trabalho.

O terceiro tipo de absorvedor é o viscoso não sintonizado, o qual consiste de um anel interno que

fica enclausurado em uma armadura ou carcaça. Vazios periféricos laterais são preenchidos com um fluido de silicone de alta viscosidade. A diferença básica entre este tipo de absorvedor é que não há rigidez entre o anel inercial e a carcaça, havendo somente um acoplamento amortecido, dependente da frequência de excitação. A Figura 6.3 apresenta um absorvedor de vibração torcional viscoso em corte.

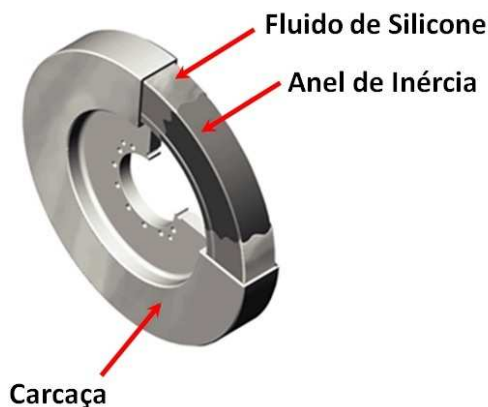


Figura 6.3: Absorvedor de vibrações torcionais viscoso não sintonizado com fluido de silicone (TRACKLAB, 2012).

Diferentemente dos absorvedores sintonizados, os absorvedores viscosos não sintonizados não introduzem uma ressonância adicional ao sistema, mas reduzem ligeiramente o valor da frequência natural do sistema ao mesmo tempo que reduzem as amplitudes de vibração em toda a faixa de rotação do motor.

6.1 Absorvedor Sintonizado sem Amortecimento

Para uma rotação crítica ω_{cr} do virabrequim dentro da faixa de rotação do motor, onde ocorre um pico de ressonância, montando-se um disco com momento de inércia adequado na extremidade frontal do virabrequim (lado da espiga), é possível reduzir a amplitude de vibração torcional nesta velocidade ω_{cr} . A esse disco, dá-se o nome de disco de sintonia, uma vez que deverá trabalhar sintonizado com a frequência natural do sistema.

Para efeito de cálculos, podem ser utilizados alguns modelos equivalentes, os quais apresentam características semelhantes às do virabrequim original. Neste capítulo, será abordado um sistema de duas massas, conforme mostrado na A Figura 6.4.

Para se obter a redução de amplitude desejada, é necessário que

$$\frac{K_1}{J_1} = \omega_0^2, \quad (6.1)$$

sendo ω_0 a frequência natural do motor sem disco de sintonia, K_1 a rigidez torcional da porção do eixo entre a primeira manivela e o anel do absorvedor e J_1 a inércia do anel do absorvedor.

Quando a relação acima é assegurada, o subsistema K_1 e J_1 é dito ser sintonizado com a frequência original do motor. Geralmente, o valor de K_1 é fixado pela geometria do virabrequim, dentro de certos limites, ao menos que um eixo de extensão seja utilizado na extremidade frontal do mesmo. Nestes casos, a sintonia é obtida somente escolhendo-se um valor adequado de J_1 .

Embora o absorvedor sintonizado elimine o pico de vibração na velocidade crítica ω_{cr} do virabrequim, ele também cria um modo de vibração adicional ao sistema do motor, sendo então obtidos dois novos picos de ressonância, em cada um dos lados da curva de ressonância original. Se o valor de K_1 for suficientemente grande, estes dois novos picos podem ocorrer em velocidades fora da faixa de rotação do motor, ocorrendo em rotações abaixo da condição de marcha lenta e o outro ocorrendo acima da rotação limite do motor.

No que diz respeito aos valores dos picos das duas curvas de ressonância, elas devem ser aproximadamente iguais à amplitude do pico original. Entretanto, elas podem ser maiores ou menores em alguns casos.

Se a relação K_1/J_1 é corretamente definida, a frequência de anti-ressonância irá coincidir com a

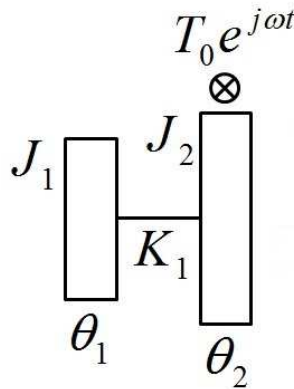


Figura 6.4: Sistema de duas massas sem amortecimento.

frequência de ressonância original do sistema, e a redução de amplitude se situará no pico da curva de ressonância original, conforme mostrado anteriormente na curva da Figura 6.1. Se a equação (6.1) não for satisfeita, a redução de amplitude irá ocorrer em um dos flancos da curva de ressonância original, conforme ilustrado na curva da Figura 6.5.

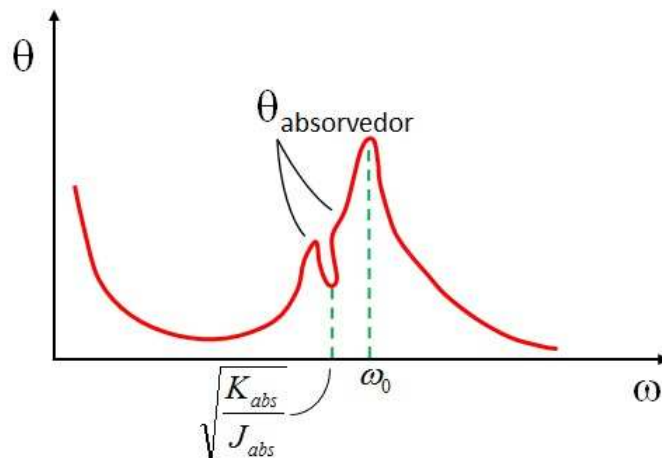


Figura 6.5: Redução de amplitude de vibração quando a frequência de anti-ressonância difere da frequência de ressonância original do sistema (NESTORIDES, 1958).

Na teoria, da análise do sistema de duas massas sem amortecimento, a amplitude θ_2 na primeira manivela é zero (embora θ_1 não seja zero) na frequência de anti-ressonância $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_1}{J_1}}$, conforme será explicado na próxima seção. Na prática, entretanto, existe amortecimento no sistema do motor e θ_2 é reduzido a um valor menor e geralmente será sempre menor do que θ_1 .

A amplitude anti-ressonante depende da distância na qual os dois picos podem ser separados. A sintonia de K_1 e J_1 para obter a razão K_1/J_1 requerida assegura que a anti-ressonância ocorra no pico de ressonância original. Enquanto se mantém esta razão constante, entretanto, ambos K_1 e J_1 podem ser variados juntos.

Se K_1 é muito pequeno, e consequentemente J_1 também é muito pequeno, somente uma pequena separação é obtida no pico de ressonância, como pode ser visto na Figura 6.6, situação conhecida como uma condição de acoplamento fraco. Com K_1/J_1 mantido constante, conforme K_1 é aumentado, os dois picos começam a se separar (Figura 6.7) e, como resultado disso, a amplitude da anti-ressonância diminui, condição conhecida como de acoplamento médio. Além de um certo valor de K_1 , para a mesma razão, ambos os picos e seus flancos podem ser claramente discriminados, situação conhecida como condição de acoplamento fechado ou rígido, conforme Figura 6.8.

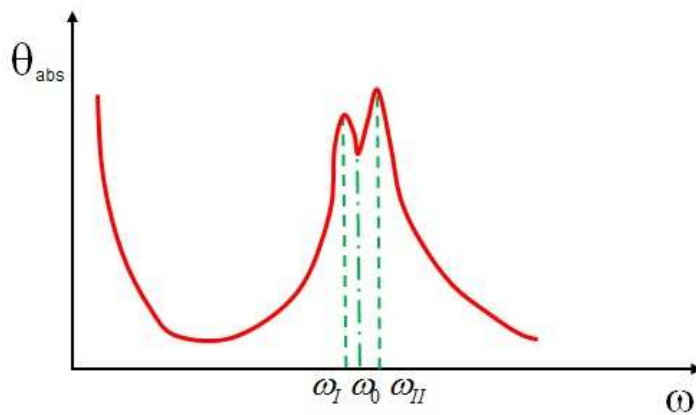


Figura 6.6: Acoplamento fraco (NESTORIDES, 1958).

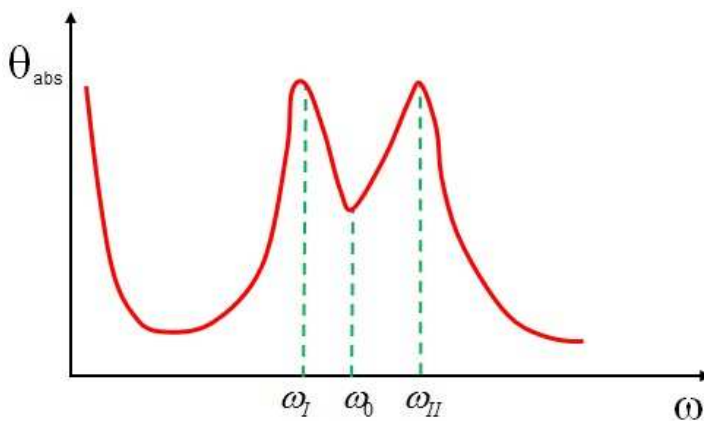


Figura 6.7: Acoplamento médio (NESTORIDES, 1958).

6.2 Absorvedor Sintonizado com Amortecimento

Esta seção inclui todos os tipos de absorvedores de vibração que têm os anéis de inércia conectados elasticamente com o virabrequim e para os quais o amortecimento pode ser considerado proporcional à velocidade do mesmo, como por exemplo, os absorvedores de borracha, que têm sua massa interna elasticamente conectada à carcaça externa por meio de molas ou elastômeros.

Absorvedores sintonizados com amortecimento são utilizados quando é requerida não somente a eliminação da vibração em uma determinada velocidade do virabrequim, mas quando é também necessário reduzir picos de amplitudes de vibração através de diversas faixas de operação do motor.

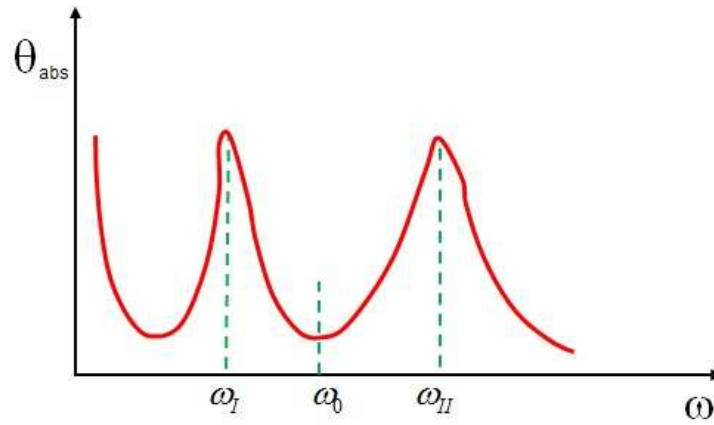


Figura 6.8: Acoplamento fechado ou rígido (NESTORIDES, 1958).

6.2.1 Formulação para absorvedor sintonizado com amortecimento

Existem três possibilidades de configuração para absorvedores sintonizados:

1. absorvedor com razão de sintonia unitária $\omega_1/\omega_0 = 1$, ou seja, o absorvedor é sintonizado com a frequência natural do motor;
2. absorvedor com razão de sintonia ótima; mostra-se que quando $\omega_1/\omega_0 = 1/1 + \mu$, é possível ajustar os picos de ressonância para valores iguais, sendo $\mu = J_1''/J_2$ definido como a razão de inércias;
3. absorvedor com razão de sintonia abaixo da sintonia ótima; os picos de ressonância têm diferentes valores, geralmente com $\omega_{2I} < \omega_{2II}$.

Por simplicidade, assume-se que a inércia do volante é infinita. Dessa forma o motor é tratado como com uma sistema de uma massa, conforme mostrado na Figura 6.9. As condições ótimas de amortecimento com uma razão de sintonia unitária são dadas por

$$\frac{\omega_1}{\omega_0} = \sqrt{\frac{K_1/J_1''}{K_2/J_2}} \quad (6.2)$$

e podem ser estimadas para qualquer valor de $\mu = \frac{J_1''}{J_2}$.

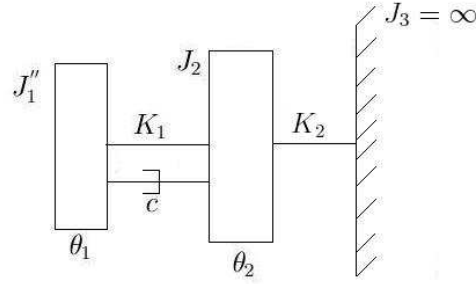


Figura 6.9: Sistema simplificado com $J_3 = \infty$.

Similarmente, as condições ótimas de amortecimento com a razão de sintonia ótima $\omega_1/\omega_0 = 1/(1 + \mu)$ também podem ser estimadas em função de μ .

As equações características de movimento do sistema da Figura 6.9 são dadas por

$$(-\omega^2 J_1'' + j\omega c + K_1)\theta_1^* - (K_1 + j\omega c)\theta_2 = 0 \quad (6.3)$$

$$-(K_1 + j\omega c)\theta_1^* + (-\omega^2 J_2 + j\omega c + K_1 + K_2)\theta_2 = T_0 \quad (6.4)$$

sendo θ_1 e θ_2 as amplitudes do anel do absorvedor e do virabrequim, respectivamente, e T_0 o torque de excitação.

Os determinantes característicos do sistema para a aplicação da regra de Kramer são

$$\begin{aligned} Det_S &= \begin{vmatrix} K_1 - \omega^2 J_1'' + j\omega c & -K_1 - j\omega c \\ -K_1 - j\omega c & K_1 + K_2 - \omega^2 J_2 + j\omega c \end{vmatrix} = \\ &= \underbrace{[K_1 K_2 - \omega^2 (J_1'' K_1 + J_1'' K_2 + J_2 K_1) + \omega^4 J_1'' J_2]}_C + \underbrace{j\omega c [K_2 - \omega^2 (J_1'' + J_2)]}_{jD} \end{aligned} \quad (6.5)$$

$$Det_1 = \begin{vmatrix} 0 & -K_1 - j\omega c \\ T_0 & K_1 + K_2 - \omega^2 J_2 + j\omega c \end{vmatrix} = T_0(K_1 + j\omega c) \quad (6.6)$$

$$Det_2 = \begin{vmatrix} K_1 - \omega^2 J_1'' + j\omega c & 0 \\ -K_1 - j\omega c & T_0 \end{vmatrix} = T_0(K_1 - \omega^2 J_1'' + j\omega c) \quad (6.7)$$

Logo, as amplitudes θ_1 e θ_2 possuem as relações mostradas pelas seguintes equações

$$\left| \frac{\theta_1}{T_0} \right|^2 = \frac{K_1^2 + (c\omega)^2}{C^2 + D^2} \quad (6.8)$$

$$\left| \frac{\theta_2}{T_0} \right|^2 = \frac{(K_1 - \omega^2 J_1'')^2 + (c\omega)^2}{C^2 + D^2} \quad (6.9)$$

Quando o amortecimento é nulo ($c = 0$), as frequências naturais $\omega_{I(c=0)}$ e $\omega_{II(c=0)}$ são determinadas simplesmente fazendo $c = 0$. Quando o amortecimento é infinito ($c = \infty$), torna-se um sistema de uma massa com frequência natural $\omega_\infty = \sqrt{K_2/(J_1'' + J_2)}$.

Considera-se $A = (K_1 - \omega^2 J_1'')$ e $B = c\omega$. Logo

$$|\theta_2|^2 = T_0^2 \frac{A^2 + B^2}{C^2 + D^2} \quad (6.10)$$

Quando $(A/B)^2 = (C/D)^2 = Z^2$ a amplitude de vibração θ_2 fica

$$|\theta_2|^2 = T_0 \frac{A^2}{C^2}. \quad (6.11)$$

Percebe-se então que, quando $(A/B)^2 = (C/D)^2 = Z^2$, a amplitude θ_2 é independente do coeficiente de amortecimento e possui valores fixos nessas frequências.

Fazendo $\pm AD = BC$, tem-se que

$$\pm(K_1 - \omega^2 J_1'')\omega c[K_2 - \omega^2(J_1'' + J_2)] = c\omega[K_1 K_2 - \omega^2(J_1'' K_1 + J_1'' K_2 + J_2 K_1) + \omega^4 J_1'' J_2] \quad (6.12)$$

Na equação (6.12), o termo $c\omega$ pode ser cancelado em ambos os lados. Resolvendo esta equação em ω^2 , com sinal positivo do lado esquerdo, encontra-se a solução $\omega = 0$. Utilizando o sinal negativo obtém-se

$$-2K_1K_2 = 2\omega^2[J_1''K_1 + J_1''K_2 + J_2K_1] - \omega^4(J_1''^2 + 2J_1''J_2) = 0. \quad (6.13)$$

Dividindo a expressão acima por $J_1''J_2$ e substituindo $\mu = J_1''/J_2$, $\omega_1^2 = K_1/J_1''$ e $\omega_2^2 = K_2/J_2$ obtém-se

$$\omega^4 - \frac{2}{2+\mu}[\omega_1^2(1+\mu) + \omega_2^2]\omega^2 + \frac{2}{2+\mu}\omega_1^2\omega_2^2 = 0. \quad (6.14)$$

A equação (6.14) é quadrática em ω^2 e pode ser escrita como

$$(\omega^2 - \omega_I^2)(\omega^2 - \omega_{II}^2) = 0. \quad (6.15)$$

Portanto, a soma destas duas raízes, isto é, $\omega_I^2 + \omega_{II}^2$, é igual ao coeficiente que multiplica o termo ω^2 na equação (6.14) com sinal negativo

$$\omega_I^2 + \omega_{II}^2 = \frac{2}{2+\mu}[\omega_1^2(1+\mu) + \omega_2^2]. \quad (6.16)$$

Pode ser mostrado que, quando ω_1 varia de 0 até ∞ , ω_I varia de 0 até $\omega_2^2/(1+\mu)$ e ω_{II} varia de $2\omega_2^2/(2+\mu)$, descendo até $\omega_2^2/(1+\mu)$ e depois cresce até ∞ .

A amplitude de vibração θ_2 que torna o sistema independente do amortecimento pode ser encontrada substituindo os valores de ω_I e ω_{II} na equação para θ_2 . Para esta condição, c pode apresentar qualquer valor. É conveniente simplificar a expressão para θ_2 fazendo $c \rightarrow \infty$. Tem-se então que

$$\left| \frac{\theta_2}{T_0} \right|^2 = \frac{(\pm 1)^2}{[K_2 - \omega^2(J_1'' + J_2)]^2} = \left(\frac{\pm B}{D} \right), \quad (6.17)$$

$$\left[\frac{\theta_2}{T_0} \right]_I = \frac{-1}{[K_2 - \omega_I^2(J_1'' + J_2)]} = \frac{A_{fI}}{K_2}, \quad (6.18)$$

$$\left[\frac{\theta_2}{T_0} \right]_{II} = \frac{+1}{[K_2 - \omega_{II}^2(J_1'' + J_2)]} = \frac{A_{fII}}{K_2}. \quad (6.19)$$

sendo os termos A_{fI} e A_{fII} conhecidos como fatores de amplificação, os quais correspondem à relação entre as amplitudes de entrada e de saída.

O valor correto do amortecimento c poderia ser obtido fazendo a derivada $\frac{\partial |\theta_2^2/T_0^2|}{\partial \omega^2}$ igual a zero. Para facilitar os cálculos, o coeficiente de amortecimento pode ser estimado pelos valores de frequência próximos de ω_I ou ω_{II} .

Com a razão de inércias μ já definida e, sendo $2\xi = c/\omega_2 J_1''$, a equação adimensional para θ_2 pode ser reescrita como

$$A_f^2 = \left| \frac{\theta_2}{T_0/K_2} \right| = \frac{\left[\left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_2} \right)^2 \right]^2 + 4 \left(\frac{\omega}{\omega_2} \right)^2 \xi^2}{\left[\left[\left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_2} \right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2} \right)^2 \right] - \mu \left(\frac{\omega}{\omega_2} \right)^2 \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2 \right]^2 + 4 \left(\frac{\omega}{\omega_2} \right)^2 \xi^2 \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2} \right)^2 - \mu \left(\frac{\omega}{\omega_2} \right)^2 \right]^2}. \quad (6.20)$$

sendo ξ o fator de amortecimento.

Utilizando valores numéricos para os fatores de amplificação A_{fI} e A_{fII} , calculados a partir das equações (6.18) e (6.19), e aproximando valores da forma $\omega^2 = 1.01\omega_I^2$ ou $\omega^2 = 0.99\omega_{II}^2$, pode-se resolver a equação (6.20) para obter os valores de fator de amortecimento ξ . Por fim, para obter as curvas que relacionam as frequências de ressonância e os fatores de amortecimento com a razão de frequências μ , deve-se proceder da seguinte maneira:

1. Calcular as frequências de ressonância ω_I e ω_{II} a partir da equação (6.14);
2. Calcular os fatores de amplificação A_{fI} e A_{fII} a partir das equações (6.18) e (6.19), respectivamente;
3. Calcular o fator de amortecimento ξ do absorvedor a partir da equação (6.20).

Para as três configurações de sintonia possíveis, o absorvedor pode ser projetado para condição de mínima amplitude, de tal forma que as amplitudes de vibração do virabrequim, para as frequências de ressonância ω_I e ω_{II} , sejam mais próximas possível dos valores de deflexão estática equivalentes (amplitudes de equilíbrio), seja qual for o tamanho do absorvedor (inércia) considerado. A deflexão estática se dá considerando frequência de excitação nula e a relação entre o torque de excitação T_0 e amplitude de resposta θ_1 linear, dependente apenas da rigidez do material do absorvedor. Os

mínimos picos de amplitude de vibração no virabrequim são obtidos considerando as curvas de ressonância do sistema virabrequim-absorvedor nas condições com amortecimento nulo ($c = 0$) e infinito ($c = \infty$). Quando ($c = \infty$), a inércia do absorvedor J_1 está completamente travada à inércia do virabrequim J_2 e o sistema volta a ter apenas um **GDL** com frequência natural $\omega_\infty = \sqrt{\frac{K_2}{(J_1+J_2)}}$, a qual é menor que a frequência natural do sistema original sem absorvedor ($\omega_0 = \sqrt{\frac{K_2}{J_2}}$). Isso significa que ambas as inércias se movimentam com mesma amplitude, como se fossem um único **GDL** com inércia equivalente ($J_1 + J_2$).

Conforme a Figura 6.10, as amplitudes das curvas para $c = 0$ e $c = \infty$ têm valores coincidentes próximos aos dois pontos destacados **I** e **II**. Estes pontos comuns são pontos fixos do sistema, ou seja, qualquer curva de ressonância, com valores intermediários de amortecimento entre zero e infinito, passará pelos pontos **I** e **II**. Escolhendo valores adequados de amortecimento, os picos de amplitude do virabrequim, θ_{2I} e θ_{2II} , podem ser localizados nestes pontos mínimos, sendo as frequências de ressonância ω_I e ω_{II} (frequências de ponto-comum).

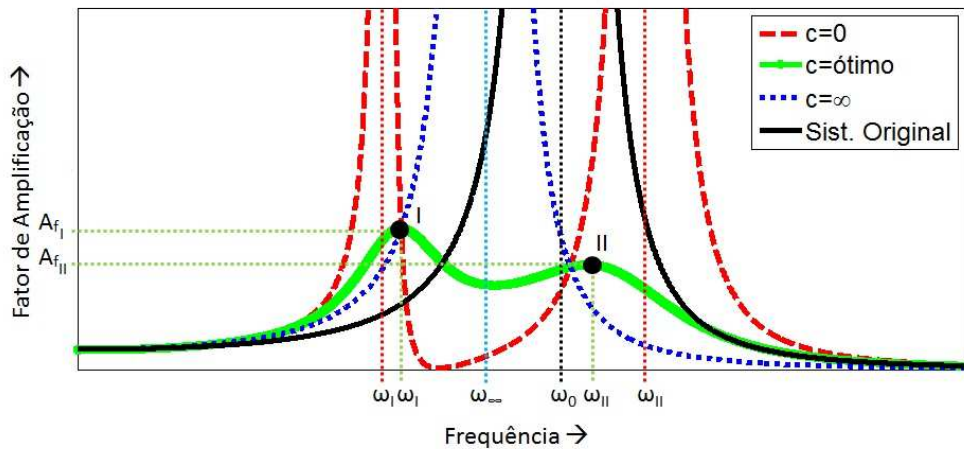


Figura 6.10: Efeito do amortecimento do absorvedor na resposta do sistema.

Aumentando-se a razão de inércias $\mu = \frac{J_1}{J_2}$, o ponto **I** é reduzido, conforme os flancos das curvas de $\omega_{I(c=0)}$ e ω_∞ são separados. Entretanto, para valores muito altos de μ , o flanco esquerdo da curva ω_∞ se aproxima novamente do flanco direito da curva $\omega_{I(c=0)}$ e a amplitude do ponto-comum é aumentada, chegando-se à condição limite de acoplamento travado para ($c = \infty$).

A seguir são apresentadas as equações para absorvedores com razão de sintonia unitária e com razão de sintonia ótima. Pode-se também equacionar os casos de sintonia intermediária, mas que não serão descritos neste trabalho.

A Razão de sintonia unitária

$$\omega_1/\omega_2 = 1, \omega_1 = \omega_2 = \omega_0$$

Da equação (6.14) tem-se

$$\left(\frac{\omega_I}{\omega_0}\right) = \sqrt{1 - \sqrt{\left(\frac{\mu}{2+\mu}\right)}}$$

$$\left(\frac{\omega_{II}}{\omega_0}\right) = \sqrt{1 + \sqrt{\left(\frac{\mu}{2+\mu}\right)}}$$

$$A_{fI} = \left[\frac{\theta_2}{T_0/K_2}\right]_I = \frac{1}{\mu - (1+\mu)\sqrt{\left(\frac{\mu}{2+\mu}\right)}}$$

$$A_{fII} = \left[\frac{\theta_2}{T_0/K_2}\right]_{II} = \frac{1}{\mu + (1+\mu)\sqrt{\left(\frac{\mu}{2+\mu}\right)}}$$

Com os valores de μ , A_{fI} (ou A_{fII}) e ω_I (ou ω_{II}) inseridos nas equação (6.20), obtém-se ξ . As curvas referentes à formulação para sintonia unitária estão apresentadas nas Figuras 6.11, 6.12 e 6.13.

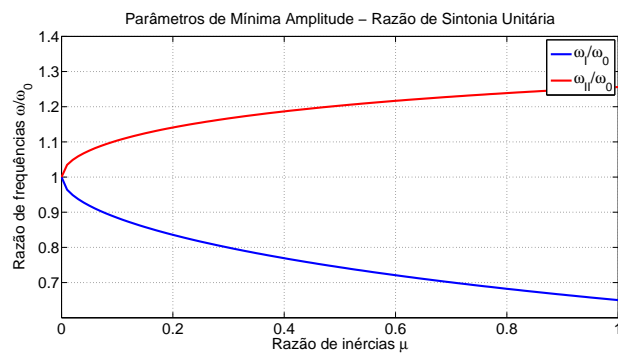


Figura 6.11: Razões de frequências para absorvedores com razão de sintonia unitária.

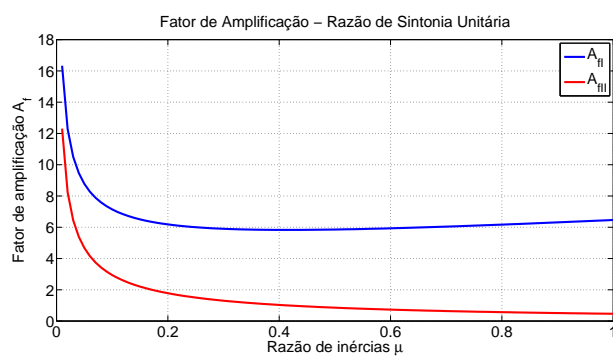


Figura 6.12: Fatores de amplificação para absorvedores com razão de sintonia unitária.

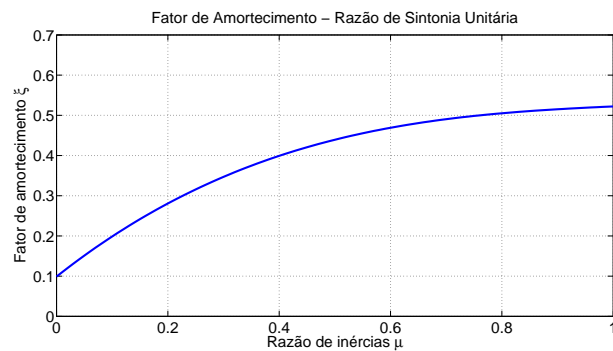


Figura 6.13: Fatores de amortecimento para absorvedores com razão de sintonia unitária.

B Razão de sintonia ótima

Para se obter picos iguais de θ_2 , iguala-se as equações (6.18) e (6.19), obtendo-se

$$\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right) = \frac{1}{1+\mu}$$

Substituindo na equação (6.14), tem-se que

$$\left(\frac{\omega_I}{\omega_2}\right) = \frac{1}{1+\mu} \sqrt{1 - \sqrt{\left(\frac{\mu}{2+\mu}\right)}}$$

$$\left(\frac{\omega_{II}}{\omega_2}\right) = \frac{1}{1+\mu} \sqrt{1 + \sqrt{\left(\frac{\mu}{2+\mu}\right)}}$$

e substituindo esses valores nas equações (6.18) ou (6.19), respectivamente, encontra-se $A_{f_I} =$
 $A_{f_{II}} = \left[\frac{\theta_2}{T_0/K_2} \right]_{I,II} = \sqrt{\frac{2+\mu}{\mu}}$

Novamente, com os valores de μ , A_{f_I} (ou $A_{f_{II}}$) e ω_I (ou ω_{II}) inseridos na equação (6.20), obtém-se ξ . As curvas referentes à formulação para sintonia ótima estão apresentadas nas Figuras 6.14, 6.15 e 6.16.

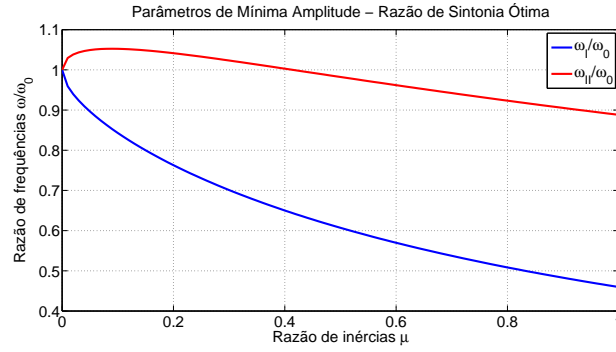


Figura 6.14: Razões de frequências para absorvedores com razão de sintonia ótima.

6.3 Absorvedores Viscosos Não Sintonizados

Absorvedores viscosos não sintonizados consistem de uma anel interno que fica enclausurado em uma armadura ou carcaça. Vazios periféricos e laterais são preenchidos com um fluido de

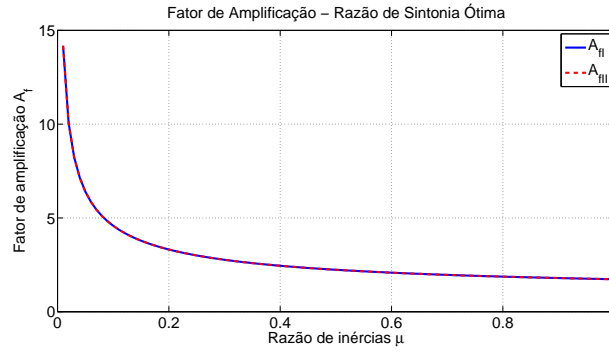


Figura 6.15: Fatores de amplificação para absorvedores com razão de sintonia ótima.

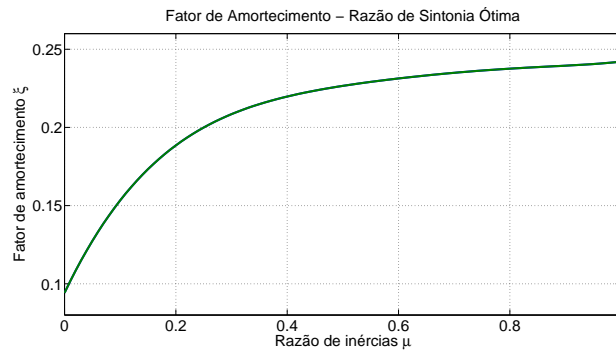


Figura 6.16: Fatores de amortecimento para absorvedores com razão de sintonia ótima.

silicone de alta viscosidade.

Diferentemente dos absorvedores sintonizados, os absorvedores viscosos não-sintonizados não geram uma ressonância adicional no sistema, mas reduzem ligeiramente o valor da frequência natural do sistema ao mesmo tempo que reduzem as amplitudes de vibração. Além disso, trabalham em faixas de frequências bem maiores do que os absorvedores sintonizados.

A formulação de sistema de duas massas garante bons resultados para a estimativa do fator de amortecimento de absorvedores viscosos não sintonizados.

As amplitudes de vibração obtidas com um motor ajustado com um absorvedor viscoso não-sintonizado depende primeiramente da razão $\mu = J_1''/J_2$ (inércia do anel do absorvedor J_1'' dividida pela inércia equivalente do motor J_2). As amplitudes dependem também do fator de amortecimento $\xi = c/2J_1''\omega_2$, sendo c o coeficiente de amortecimento do absorvedor e $\omega_2 = \sqrt{K_2/J_2}$ a frequência

natural do sistema original sem absorvedor.

A partir da formulação, é possível determinar a frequência natural ω_D do sistema com absorvedor, a amplitude de vibração θ_2 na carcaça do absorvedor e o fator de amortecimento ótimo ξ .

A obtenção das curvas para absorvedores viscosos não sintonizados, considerando um sistema de duas massas, baseia-se na formulação para disco sintonizado com amortecimento. A diferença está no fato de que não há acoplamento elástico entre a carcaça e o anel interno do absorvedor (rigidez nula), ou seja, $K_1 = 0$, conforme representado na Figura 6.17. Portanto, considera-se o mesmo procedimento da formulação apresentada na seção anterior, apenas considerando $K_1 = 0$.

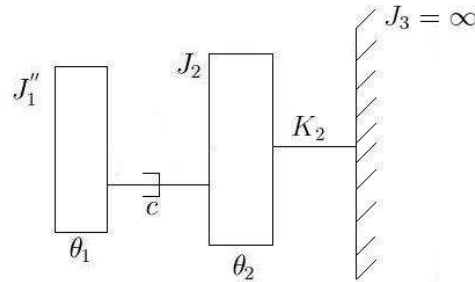


Figura 6.17: Sistema de duas massas para absorvedor viscoso não-sintonizado.

Para este caso, os determinantes característicos do sistema são

$$Det_S = -\omega^2 J_1'' K_2 + \omega^4 J_1'' J_2 + j\omega c [K_2 - \omega^2 (J_1'' + J_2)], \quad (6.21)$$

$$Det_1 = T_0 j\omega c, \quad (6.22)$$

$$Det_2 = T_0 (-\omega^2 J_1'' + j\omega c). \quad (6.23)$$

A amplitude relativa entre J_1'' e J_2 é dada por

$$Det_1 - Det_2 = T_0 \omega^2 J_1''. \quad (6.24)$$

Pode-se então escrever

$$D^2 = \frac{1}{\mu^2 K_2^2} |Det_S|^2 = (x - x^2)^2 + 4\xi^2 x [1 - x(1 + \mu)]^2, \quad (6.25)$$

sendo $x = (\omega/\omega_2)^2 = \omega^2/(K_2/J_2)$.

Logo, tem-se:

- Amplitude do anel do absorvedor J_1''

$$\left| \frac{\theta_1}{T_0/K_2} \right|^2 = \frac{4\xi^2 x}{D^2}, \quad (6.26)$$

- Amplitude da inércia equivalente do motor J_2

$$\left| \frac{\theta_2}{T_0/K_2} \right|^2 = A_f^2 = \frac{(x^2 + 4\xi^2 x)}{D^2}, \quad (6.27)$$

Como não foi feita nenhuma consideração, as expressões acima são válidas tanto para amplitudes de pico quanto para as de flanco.

Da equação (6.14), com $\omega_1^2 = K_1/J_1'' = 0$, tem-se

$$\omega^4 - \frac{2}{2 + \mu} \omega_2^2 \omega^2 = 0, \quad (6.28)$$

que possui raízes $\omega_I^2 = 0$ e $\omega_{II}^2 = \frac{2}{2 + \mu} \omega_2^2 = \omega_D^2$. Portanto, esse sistema possui somente uma frequência de ressonância.

Da equação (6.19), com $\omega_1^2 = K_1/J_1'' = 0$, obtém-se para ω_D

$$\left[\frac{\theta_2}{T_0/K_2} \right] = A_f = \frac{2 + \mu}{\mu}. \quad (6.29)$$

Para que θ_2 satisfaça a condição de ser uma amplitude de pico em ω_D , tem-se que o fator de amortecimento ξ deve ser determinado de tal forma que a derivada de θ_2 em relação a ω seja nula em ω_D .

A expressão de θ_2 em função de x é dada por

$$\left| \frac{\theta_2}{T_0/K_2} \right|^2 = A_f^2 = \frac{(x^2 + 4\xi^2 x)}{(x - x^2)^2 + 4\xi^2 x[1 - x(1 + \mu)]^2} = \frac{x + C}{x^3 + Ax^2 + Bx + C}, \quad (6.30)$$

onde $A = 4\xi^2(1 + \mu)^2$, $B = 1 - 8\xi^2(1 + \mu)$ e $C = 4\xi^2$.

Derivando a expressão acima em relação a x e igualando a zero, obtém-se

$$2x^3 + (A + 3C)x^2 + 2ACx - C + BC = 0. \quad (6.31)$$

Introduzindo $\omega = \omega_D$, isto é, $x = (\omega_D/\omega)^2 = 2/(2 + \mu)$, chega-se a

$$4\xi^2(1 + \mu)(2 + \mu)^2 + 2\mu(2 + \mu)\xi^2 - 1 = 0. \quad (6.32)$$

Finalmente, resolvendo para ξ , tem-se

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{2(1 + \mu)(2 + \mu)}}. \quad (6.33)$$

As Figuras 6.18, 6.19 e 6.20 mostram as relações, respectivamente, de ω_D/ω_2 , A_f e ξ .

6.4 Metodologia para Dimensionamento de Absorvedores

A partir dos parâmetros dos absorvedores calculáveis pelas formulações apresentadas nas seções anteriores, propõe-se uma metodologia simples para dimensionamento de absorvedores.

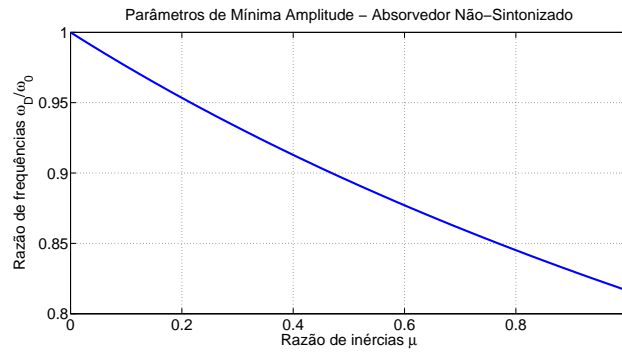


Figura 6.18: Razão de frequências para absorvedores viscosos não-sintonizados.

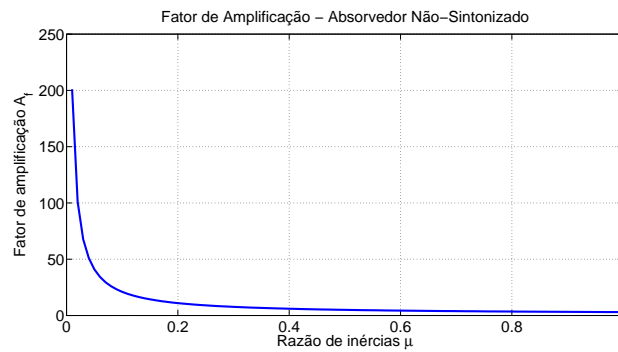


Figura 6.19: Fator de amplificação para absorvedores viscosos não-sintonizados.

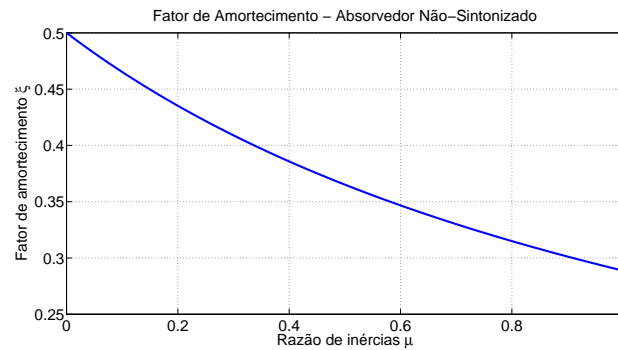


Figura 6.20: Fator de amortecimento para absorvedores viscosos não-sintonizados.

Sugere-se que os seguintes passos sejam considerados:

1. Cálculo da frequência natural do sistema sem absorvedor;
2. Escolha da razão de inércias μ a ser utilizada;

3. Definição do tipo de absorvedor que será utilizado;
4. Cálculo do momento de inércia equivalente do motor (virabrequim com cubo do absorvedor);
5. Cálculo do amortecimento do anel elástico ou do fluido de silicone do absorvedor, através da formulação apresentada neste capítulo;
6. Verificação das amplitudes de vibração torcional no virabrequim para saber se estão dentro do especificado pelo fabricante do motor;
7. Otimização do valor da razão de inércias μ a ser utilizada e ou alteração do tipo de absorvedor (repetir os itens 2, 3, 5 e 6).

A escolha adequada da razão de inércias está diretamente relacionada ao comportamento do sistema em análise. Deve-se sempre atuar no sistema de modo a eliminar picos de ressonância dentro da faixa de operação do motor. Quando não é possível eliminá-los, deve-se então reduzir o máximo possível suas amplitudes. Aumentando-se o tamanho do anel do absorvedor e obedecendo a sintonia, tem-se picos ressonantes mais separados.

Em casos nos quais os picos de amplitude de vibração se encontram em rotações intermediárias, é recomendado o uso de um absorvedor com anel de grande dimensão (e consequentemente bastante rígido) a fim de jogar os picos de ressonância adicionais para as rotações em que o motor trabalha por menores intervalos de tempo.

Quando tem-se altas amplitudes de vibração em rotações muito baixas ou muito altas, é recomendável utilizar um absorvedor com momento de inércia reduzido, garantindo dessa forma que os picos ressonantes permaneçam próximos dessas rotações. Para virabrequins que apresentam altas amplitudes de vibração em baixas rotações, recomenda-se utilizar absorvedores com razão de sintonia unitária, pois o pico adicional de ressonância de maior amplitude situa-se à esquerda do pico de ressonância original, possivelmente abaixo da faixa de rotação do motor.

6.5 Resultados

6.5.1 Motor de 10 Cilindros em V

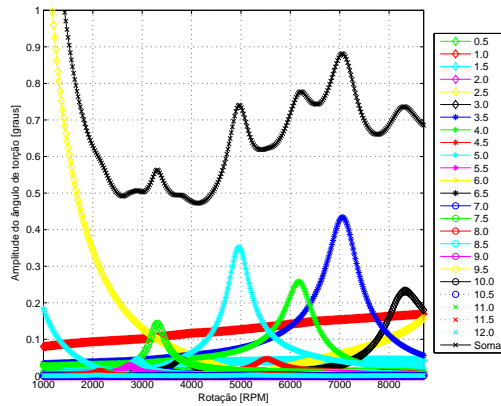
A Figura 6.21 apresenta os gráficos de amplitudes de vibração torcional, calculados pelo programa **CrankLab**, utilizando absorvedores de vibração. Pela Figura 6.21(b), observa-se que utilizando o absorvedor sintonizado na primeira frequência natural do virabrequim, tem-se uma considerável redução dos picos de vibração, deslocando-os para rotações mais baixas. Observando a Figura 6.21(c), percebe-se que o absorvedor com sintonia ótima reduz os picos de vibração de maneira mais eficaz.

Quando se faz uso de um absorvedor viscoso não sintonizado, tem-se a redução dos picos de vibração ao longo de toda a faixa de rotação do virabrequim, sendo as frequências ressonantes pouco alteradas.

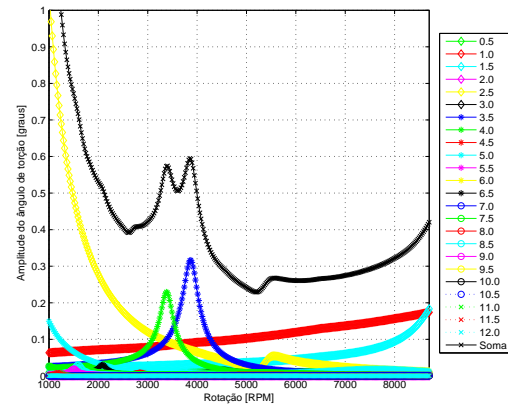
A Tabela 6.1 apresenta os parâmetros considerados e calculados para os absorvedores de vibrações torcionais, assim como as frequências naturais e os picos de amplitudes de vibração nas harmônicas mais importantes. O uso de absorvedores permitiu uma redução considerável nas amplitudes de vibração, com o pico máximo de $0,43^\circ$, referente à ordem 3, 5, sendo reduzido para $0,26^\circ$ com absorvedor sintonizado e para $0,18^\circ$ com absorvedor viscoso.

6.5.2 Motor de 6 Cilindros em Linha

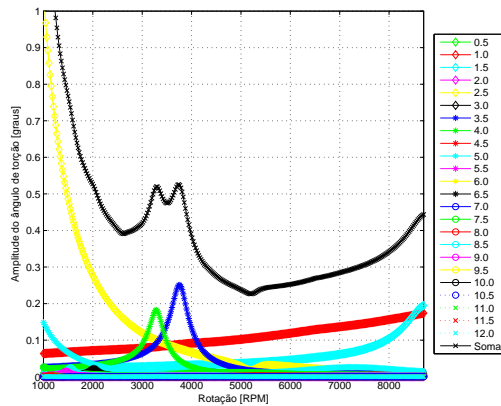
A Figura 6.22 apresenta os gráficos de amplitudes de vibração torcional para o motor de 6 cilindros em linha, calculados pelo programa **CrankLab**, utilizando absorvedores de vibração. Pela Figura 6.22(b), observa-se que utilizando o absorvedor sintonizado na primeira frequência natural do virabrequim, tem-se uma considerável redução dos picos de vibração, deslocando-os para rotações mais baixas. Observando a Figura 6.22(c), percebe-se que o absorvedor com sintonia ótima reduz os picos de vibração de maneira mais eficaz. Isso se dá porque os dois novos picos de ressonância gerados pela introdução do absorvedor apresentam amplitudes iguais. Utilizando o



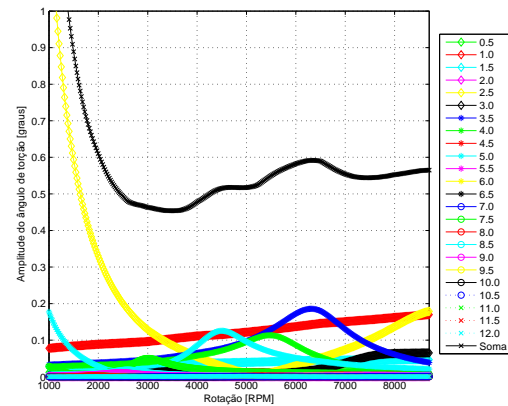
(a) Sem absorvedor de vibrações.



(b) Absorvedor com sintonia unitária.



(c) Absorvedor com sintonia ótima.



(d) Absorvedor não-sintonizado.

Figura 6.21: Amplitudes de vibração torcional no cubo do absorvedor de vibrações do virabrequim V10 para as primeiras 24 harmônicas.

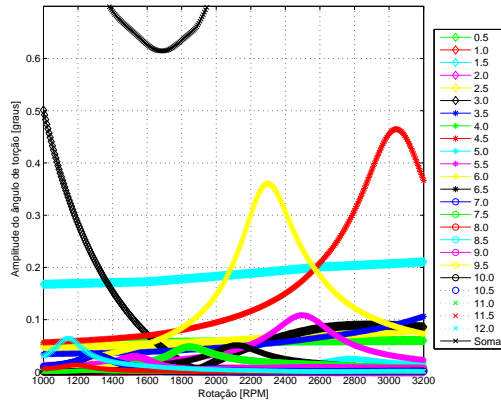
Tabela 6.1: Parâmetros de entrada e resultados para diversos tipos de absorvedores calculados para o motor V10.

Parâmetros de Entrada e Resultados para Diversos Tipos de Absorvedor									
Tipo de Absorvedor		Sem Abs.		Abs. Sint. Unitária		Abs. Sint. Ótima		Abs. Não Sint.	
Parâmetros Absorvedor	K_t [N.m/rad]	-		3.50E+05		2.61E+05		0	
	J [kg.m ³]	-		0.052		0.052		0.01	
	c [N.m.s/rad]	-		99.9		57.7		24.7	
Frequências naturais [Hz]	f_1	413		225		219		373	
	f_2	1053		625		598		1026	
	f_3	1634		1182		1159		1625	
Amplitudes [°] / Rotação [rpm]	ordem 3,5	0,43	7080	0,32	3857	0,26	3754	0,18	6394
	ordem 4,0	0,27	6195	0,24	3375	0,19	3285	0,12	5595
	ordem 5,0	0,36	4956	0,05	2700	0,03	2628	0,13	4476

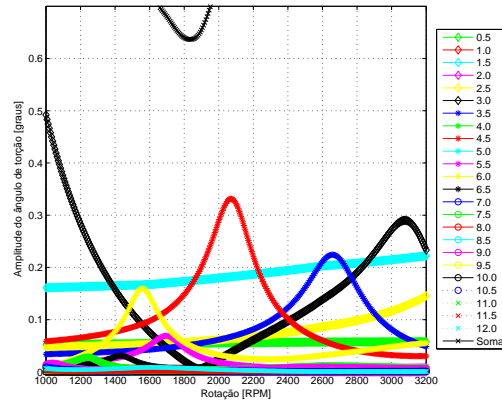
absorvedor unitário, o pico à esquerda tem amplitude maior que o pico à da direita e, como neste caso somente o pico à esquerda se encontra dentro da faixa de trabalho do motor, é mais vantajoso utilizar um absorvedor otimizado para gerar picos iguais e de menor amplitude à esquerda.

Quando se faz uso de um absorvedor viscoso não sintonizado, tem-se a redução dos picos de vibração ao longo de toda a faixa de rotação do virabrequim, sendo as frequências ressonantes pouco alteradas.

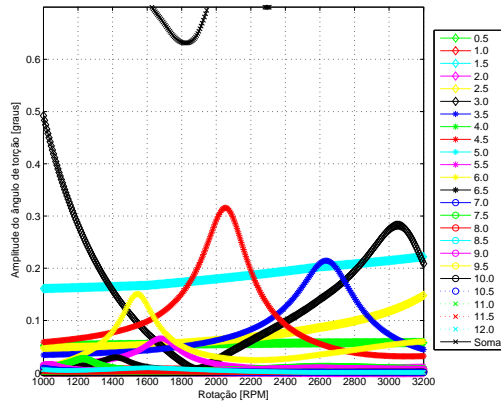
A Tabela 6.2 apresenta os parâmetros considerados e calculados para os absorvedores de vibrações torcionais, assim como as frequências naturais e os picos de amplitudes de vibração nas harmônicas mais importantes. Observa-se claramente que os picos de vibração referentes às ordens 4, 5 e 6, 0 sofreram reduções significativas, ficando abaixo dos 0, 25° recomendados para este tipo de motor. Por outro lado, os picos das ordens 3, 0 e 3, 5, que estavam fora da faixa útil de rotações do motor original, migraram para velocidades intermediárias, com amplitudes relativamente altas, quando aplicado absorvedores sintonizados. Desta forma, para este motor é recomendável a utilização de absorvedores viscosos não sintonizados.



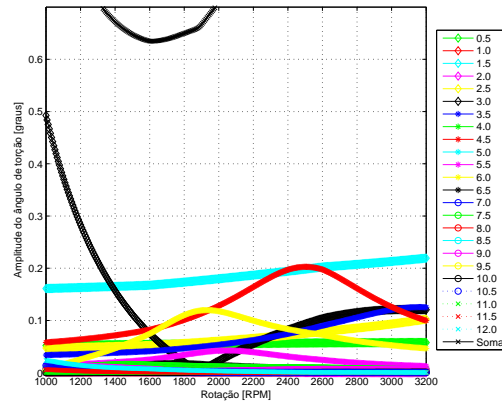
(a) Sem absorvedor de vibrações.



(b) Absorvedor com sintonia unitária.



(c) Absorvedor com sintonia ótima.



(d) Absorvedor não-sintonizado.

Figura 6.22: Amplitudes de vibração torcional no cubo do absorvedor de vibrações do virabrequim 6 cilindros para as primeiras 24 harmônicas.

Tabela 6.2: Parâmetros de entrada e resultados para diversos tipos de absorvedores calculados para o motor de 6 cilindros.

Parâmetros de Entrada e Resultados para Diversos Tipos de Absorvedor									
Tipo de Absorvedor		Sem Abs.		Abs. Sint. Unitária		Abs. Sint. Ótima		Abs. Não Sint.	
Parâmetros Absorvedor	K_t [N.m/rad]	-		1.58E+05		1.49E+05		0	
	J [kg.m ³]	-		0.076		0.076		0.076	
	c [N.m.s/rad]	-		34.2		28.6		105.1	
Frequências naturais [Hz]	f_1	229		155		154		189	
	f_2	618		332		327		595	
	f_3	1074		642		640		1063	
Amplitudes [°] / Rotação [rpm]	ordem 3,0	-	4580	0,28	3100	0,28	3080	-	3780
	ordem 3,5	-	3926	0,23	2657	0,22	2640	-	3240
	ordem 4,5	0,46	3053	0,34	2067	0,32	2053	0,2	2520
	ordem 6,0	0,36	2290	0,16	1550	0,15	1540	0,13	1890

7 Análise Estrutural por Modelos Analíticos

7.1 Introdução

Determinados os esforços dinâmicos nos vínculos do sistema pistão-biela-manivela a partir dos equacionamentos apresentados no Capítulo 3 e realizada a análise de vibração torcional conforme metodologia apresentada no Capítulo 5, é possível determinar os níveis de tensão e os coeficientes de segurança de fadiga para o virabrequim. Os esforços de flexão e de torção provêm das forças radiais e dos torques que atuam nas manivelas, respectivamente.

Devido à complexidade geométrica do virabrequim, propõe-se um modelo de eixo equivalente ao virabrequim, sobre o qual se aplicam os esforços. É necessária uma série de considerações e correções, a fim de se obter um modelo simples para análise, fazendo uso de métodos analíticos da literatura. Neste capítulo, discute-se um modelo hiperestático de eixo unidimensional, equivalente ao virabrequim. Os coeficientes de segurança são calculados empregando a teoria de fadiga de Goodman clássica.

7.2 Modelo Hiperestático de Eixo Equivalente

Para calcular os esforços cortantes, momentos fletores e momentos torçores, foi considerado um eixo equivalente, de seção circular constante, sobre qual se aplicam as cargas. Fazendo a modelagem considerando um problema hiperestático, a análise é feita a partir da integração das equações diferenciais de flexão e torção em vigas. Os carregamentos são aplicados através da notação em funções de singularidade.

O comprimento do eixo equivalente corresponde à soma dos comprimentos de cada segmento e os apoios são localizados nas posições dos mancais principais (ou munhões) e as cargas das bielas são aplicadas como forças concentradas nas posições de distância média entre dois apoios, ou seja, nas posições centrais dos moentes.

O diâmetro do eixo equivalente deve ser escolhido entre o diâmetro do moente ou o diâmetro do munhão. No caso de se utilizar o diâmetro do moente, as tensões calculadas para os munhões devem ser corrigidas pela razão entre os momentos de inércia do moente do munhão, ou vice-versa.

O comprimento L do eixo equivalente é formado pela união dos vários segmentos, sendo cada segmento composto de dois meio munhões, dois braços de manivela e um moente, conforme destacado na Figura 7.1.

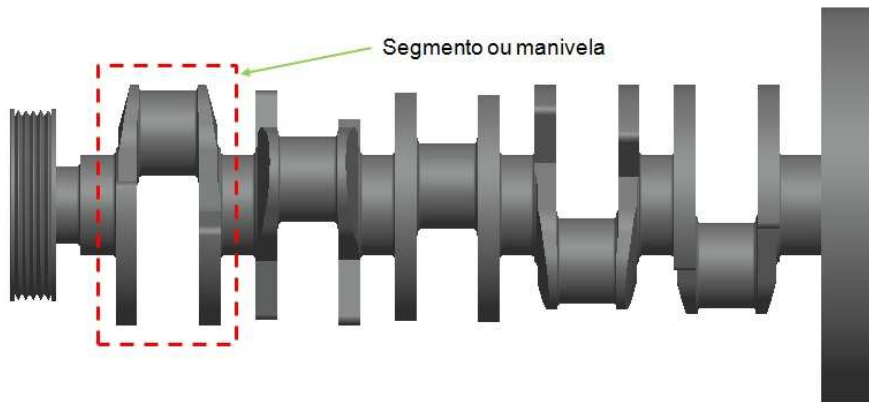


Figura 7.1: Segmento (ou manivela) do virabrequim entre dois mancais principais.

Aplicam-se as forças que causam flexão nas direções vertical e horizontal do eixo equivalente e os torques na direção axial. A Figura 7.2 mostra o esquema com as componentes das forças radiais na direção horizontal y e os torques na direção axial x para um virabrequim de cinco segmentos. De forma análoga, são aplicadas as componentes das forças radiais na direção vertical z . Para encontrar as equações de forças cortantes, momentos fletores e momento torçor, as equações diferenciais de equilíbrio do problema devem ser integradas.

Como o carregamento aplicado é concentrado, e portanto descontínuos ao longo do comprimento do eixo, emprega-se a notação em funções de singularidade para representar os termos de carregamento das equações diferenciais. As funções de singularidade são denotadas por um binômio entre parênteses angulados. O primeiro valor dos parênteses é a variável de interesse x , que corresponde à distância ao longo do comprimento do eixo. O segundo valor é um parâmetro que representa a posição exata de aplicação de um carregamento ou apoio qualquer ao longo deste eixo.

A seguir, será apresentado o procedimento para o cálculo dos esforços solicitantes utilizando como exemplo o modelo de um virabrequim de cinco manivelas. Como forma de simplificar os cálculos, em motores com cilindros dispostos em V, os esforços provenientes de cada par de pistão e biela são somados e aplicados como uma única carga no centro do mesmo moente, respeitando o ângulo entre as bancadas. O exemplo apresentado neste capítulo (Figura 7.2) é equivalente a um motor de cinco cilindros em linha ou a um motor de dez cilindros em V.

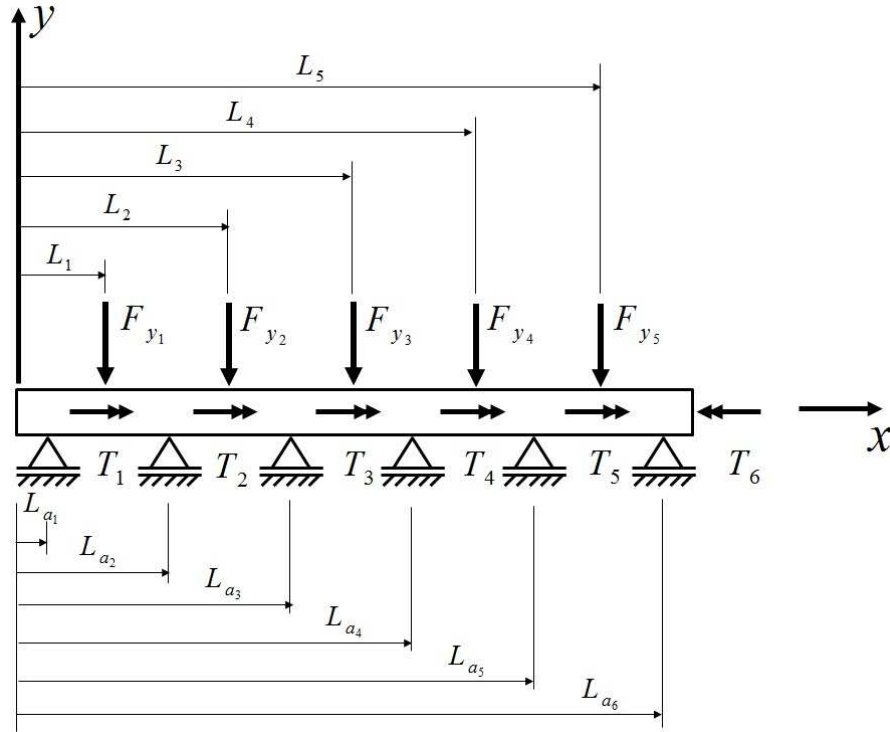


Figura 7.2: Modelo hiperestático: flexão no plano xy e torção no eixo x .

Para o problema de flexão no plano xy , a equação diferencial de equilíbrio é dada por

$$EI_{zz} \frac{d^4 v_y(x)}{dx^4} = q_y(x), \quad (7.1)$$

sendo E o módulo de elasticidade, I_{zz} o momento de inércia da seção em torno do eixo z , $q_y(x)$ a função de carregamento e $v_y(x)$ a função que descreve o deslocamento (flecha) na direção do eixo y . O ângulo de flexão $\theta_z(x)$ é dado por $\theta_z(x) = \frac{dv_y(x)}{dx}$.

A equação do carregamento $q_y(x)$ em notação de singularidade é expressa para esse modelo

equivalente conforme

$$\begin{aligned}
q_y(x) = & F_{y_1} \langle x - L_1 \rangle^{-1} + F_{y_2} \langle x - L_2 \rangle^{-1} + F_{y_3} \langle x - L_3 \rangle^{-1} + \\
& + F_{y_4} \langle x - L_4 \rangle^{-1} + F_{y_5} \langle x - L_5 \rangle^{-1} + R_{y_1} \langle x - L_{a_1} \rangle^{-1} + \\
& + R_{y_2} \langle x - L_{a_2} \rangle^{-1} + R_{y_3} \langle x - L_{a_3} \rangle^{-1} + R_{y_4} \langle x - L_{a_4} \rangle^{-1} + \\
& + R_{y_5} \langle x - L_{a_5} \rangle^{-1} + R_{y_6} \langle x - L_{a_6} \rangle^{-1}
\end{aligned} \tag{7.2}$$

As grandezas L_1, L_2, L_3, L_4 e L_5 indicam as posições nas quais as forças concentradas são aplicadas. Já as grandezas $L_{a_1}, L_{a_2}, L_{a_3}, L_{a_4}, L_{a_5}$ e L_{a_6} referem-se às posições dos apoios (mancais principais) ao longo do eixo. As forças F_{y_1} à F_{y_5} são as forças radiais decompostas na direção do eixo y e as reações de apoio nesta direção são indicadas por R_{y_1} à R_{y_6} . Nas funções de singularidade, o expoente (-1) é usado para caracterizar forças concentradas.

Substituindo a equação (7.2) na equação (7.1), tem-se a equação diferencial de equilíbrio do eixo equivalente no plano xy , conforme

$$\begin{aligned}
EI_{zz} \frac{d^4 v_y(x)}{dx^4} = & F_{y_1} \langle x - L_1 \rangle^{-1} + F_{y_2} \langle x - L_2 \rangle^{-1} + \\
& + F_{y_3} \langle x - L_3 \rangle^{-1} + F_{y_4} \langle x - L_4 \rangle^{-1} + \\
& + F_{y_5} \langle x - L_5 \rangle^{-1} + R_{y_1} \langle x - L_{a_1} \rangle^{-1} + \\
& + R_{y_2} \langle x - L_{a_2} \rangle^{-1} + R_{y_3} \langle x - L_{a_3} \rangle^{-1} + \\
& + R_{y_4} \langle x - L_{a_4} \rangle^{-1} + R_{y_5} \langle x - L_{a_5} \rangle^{-1} + \\
& + R_{y_6} \langle x - L_{a_6} \rangle^{-1}
\end{aligned} \tag{7.3}$$

Integrando-se a equação (7.3) uma vez, obtém-se a equação do esforço cortante $V_y(x)$ dada por

$$V_y(x) = EI_{zz} \frac{d^3 v_y(x)}{dx^3}. \tag{7.4}$$

Nesse caso, fazendo integração tem-se

$$\begin{aligned}
V_y(x) = & F_{y_1} \langle x - L_1 \rangle^0 + F_{y_2} \langle x - L_2 \rangle^0 + F_{y_3} \langle x - L_3 \rangle^0 + \\
& + F_{y_4} \langle x - L_4 \rangle^0 + F_{y_5} \langle x - L_5 \rangle^0 + R_{y_1} \langle x - L_{a_1} \rangle^0 + \\
& + R_{y_2} \langle x - L_{a_2} \rangle^0 + R_{y_3} \langle x - L_{a_3} \rangle^0 + R_{y_4} \langle x - L_{a_4} \rangle^0 + \\
& + R_{y_5} \langle x - L_{a_5} \rangle^0 + R_{y_6} \langle x - L_{a_6} \rangle^0 + C_1.
\end{aligned} \tag{7.5}$$

Integrando-se a equação (7.3) duas vezes, obtém-se a equação do momento fletor $M_z(x)$ dada por

$$M_z(x) = EI_{zz} \frac{d^2 v_y(x)}{dx^2}. \quad (7.6)$$

Portanto, integrando duas vezes tem-se

$$\begin{aligned} M_z(x) = & F_{y1} \langle x - L_1 \rangle^1 + F_{y2} \langle x - L_2 \rangle^1 + F_{y3} \langle x - L_3 \rangle^1 + \\ & + F_{y4} \langle x - L_4 \rangle^1 + F_{y5} \langle x - L_5 \rangle^1 + R_{y1} \langle x - L_{a1} \rangle^1 + \\ & + R_{y2} \langle x - L_{a2} \rangle^1 + R_{y3} \langle x - L_{a3} \rangle^1 + R_{y4} \langle x - L_{a4} \rangle^1 + \\ & + R_{y5} \langle x - L_{a5} \rangle^1 + R_{y6} \langle x - L_{a6} \rangle^1 + C_1 x + C_2. \end{aligned} \quad (7.7)$$

Integrando-se a equação (7.3) três vezes, obtém-se a equação do deslocamento angular $\theta_z(x)$ dada por

$$EI_{zz} \frac{dv_y(x)}{dx} = EI_{zz} \theta_z(x). \quad (7.8)$$

Portanto, integrando três vezes tem-se

$$\begin{aligned} EI_{zz} \frac{dv_y(x)}{dx} = & \frac{F_{y1}}{2} \langle x - L_1 \rangle^2 + \frac{F_{y2}}{2} \langle x - L_2 \rangle^2 + \frac{F_{y3}}{2} \langle x - L_3 \rangle^2 + \\ & + \frac{F_{y4}}{2} \langle x - L_4 \rangle^2 + \frac{F_{y5}}{2} \langle x - L_5 \rangle^2 + \frac{R_{y1}}{2} \langle x - L_{a1} \rangle^2 + \\ & + \frac{R_{y2}}{2} \langle x - L_{a2} \rangle^2 + \frac{R_{y3}}{2} \langle x - L_{a3} \rangle^2 + \frac{R_{y4}}{2} \langle x - L_{a4} \rangle^2 + \\ & + \frac{R_{y5}}{2} \langle x - L_{a5} \rangle^2 + \frac{R_{y6}}{2} \langle x - L_{a6} \rangle^2 + \frac{C_1}{2} x^2 + C_2 x + C_3. \end{aligned} \quad (7.9)$$

Finalmente, integrando-se a equação (7.3) quatro vezes, obtém-se a equação do deslocamento $v_y(x)$ dada por.

$$\begin{aligned} EI_{zz} v_y(x) = & \frac{F_{y1}}{6} \langle x - L_1 \rangle^3 + \frac{F_{y2}}{6} \langle x - L_2 \rangle^3 + \frac{F_{y3}}{6} \langle x - L_3 \rangle^3 + \\ & + \frac{F_{y4}}{6} \langle x - L_4 \rangle^3 + \frac{F_{y5}}{6} \langle x - L_5 \rangle^3 + \frac{R_{y1}}{6} \langle x - L_{a1} \rangle^3 + \\ & + \frac{R_{y2}}{6} \langle x - L_{a2} \rangle^3 + \frac{R_{y3}}{6} \langle x - L_{a3} \rangle^3 + \frac{R_{y4}}{6} \langle x - L_{a4} \rangle^3 + \\ & + \frac{R_{y5}}{6} \langle x - L_{a5} \rangle^3 + \frac{R_{y6}}{6} \langle x - L_{a6} \rangle^3 + \frac{C_1 x^3}{6} + \frac{C_2 x^2}{2} + \\ & + C_3 x + C_4 \end{aligned} \quad (7.10)$$

As quatro condições de contorno do problema são $V_y(x=0) = 0$, $V_y(x=L) = 0$, $M_z(x=0) = 0$ e $M_z(x=L) = 0$. Quando substituídas nas equações anteriores, permitem obter os valores das constantes de integração C_1 , C_2 , C_3 e C_4 .

Além das condições de contorno, há seis condições auxiliares de restrição referentes aos mancais de apoio, os quais não permitem deslocamento na direção y . Essas restrições são $v_y(x = L_{a_1}) = 0$, $v_y(x = L_{a_2}) = 0$, $v_y(x = L_{a_3}) = 0$, $v_y(x = L_{a_4}) = 0$, $v_y(x = L_{a_5}) = 0$ e $v_y(x = L_{a_6}) = 0$. Os valores das quatro constantes de integração, assim como das reações nos apoios, são encontradas a partir da solução do sistema linear de equações (7.11).

$$\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6L_{a_1} & 6 \\
(L_{a_2} - L_{a_1})^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6L_{a_2} & 6 \\
(L_{a_3} - L_{a_1})^3 & (L_{a_3} - L_{a_2})^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6L_{a_3} & 6 \\
(L_{a_4} - L_{a_1})^3 & (L_{a_4} - L_{a_2})^3 & (L_{a_4} - L_{a_3})^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6L_{a_4} & 6 \\
(L_{a_5} - L_{a_1})^3 & (L_{a_5} - L_{a_2})^3 & (L_{a_5} - L_{a_3})^3 & (L_{a_5} - L_{a_4})^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6L_{a_5} & 6 \\
(L_{a_5} - L_{a_1})^3 & (L_{a_5} - L_{a_2})^3 & (L_{a_5} - L_{a_3})^3 & (L_{a_5} - L_{a_4})^3 & (L_{a_6} - L_{a_5})^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6L_{a_6} & 6 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
(L - L_{a_1}) & (L - L_{a_2}) & (L - L_{a_3}) & (L - L_{a_4}) & (L - L_{a_5}) & (L - L_{a_6}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
\begin{Bmatrix}
R_{y_1} \\
R_{y_2} \\
R_{y_3} \\
R_{y_4} \\
R_{y_5} \\
R_{y_6} \\
C_1 \\
C_2 \\
C_3 \\
C_4
\end{Bmatrix} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
0 \\
-F_{y_1}(L_{a_2} - L_1)^3 \\
-F_{y_1}(L_{a_3} - L_1)^3 - F_{y_2}(L_{a_3} - L_2)^3 \\
-F_{y_1}(L_{a_4} - L_1)^3 - F_{y_2}(L_{a_4} - L_2)^3 - F_{y_3}(L_{a_4} - L_3)^3 \\
-F_{y_1}(L_{a_5} - L_1)^3 - F_{y_2}(L_{a_5} - L_2)^3 - F_{y_3}(L_{a_5} - L_3)^3 - F_{y_4}(L_{a_5} - L_4)^3 \\
-F_{y_1}(L_{a_5} - L_1)^3 - F_{y_2}(L_{a_5} - L_2)^3 - F_{y_3}(L_{a_5} - L_3)^3 - F_{y_4}(L_{a_5} - L_4)^3 - F_{y_5}(L_{a_6} - L_5)^3 \\
0 \\
0 \\
-F_{y_1} - F_{y_2} - F_{y_3} - F_{y_4} - F_{y_5} \\
-F_{y_1}(L - L_1) - F_{y_2}(L - L_2) - F_{y_3}(L - L_3) - F_{y_4}(L - L_4) - F_{y_5}(L - L_5)
\end{array} \right\} \quad (7.11)$$

Após a solução do sistema de equações (7.11), obtêm-se as equações finais das funções que fornecem a força cortante $V_y(x)$ e do momento fletor $M_z(x)$ para cada seção do eixo, conforme

$$\begin{aligned} V_y(x) = & F_{y1} \langle x - L_1 \rangle^0 + F_{y2} \langle x - L_2 \rangle^0 + F_{y3} \langle x - L_3 \rangle^0 + \\ & + F_{y4} \langle x - L_4 \rangle^0 + F_{y5} \langle x - L_5 \rangle^0 + R_{y1} \langle x - L_{a1} \rangle^0 + \\ & + R_{y2} \langle x - L_{a2} \rangle^0 + R_{y3} \langle x - L_{a3} \rangle^0 + R_{y4} \langle x - L_{a4} \rangle^0 + \\ & + R_{y5} \langle x - L_{a5} \rangle^0 + R_{y6} \langle x - L_{a6} \rangle^0; \end{aligned} \quad (7.12)$$

$$\begin{aligned} M_z(x) = & F_{y1} \langle x - L_1 \rangle^1 + F_{y2} \langle x - L_2 \rangle^1 + F_{y3} \langle x - L_3 \rangle^1 + \\ & + F_{y4} \langle x - L_4 \rangle^1 + F_{y5} \langle x - L_5 \rangle^1 + R_{y1} \langle x - L_{a1} \rangle^1 + \\ & + R_{y2} \langle x - L_{a2} \rangle^1 + R_{y3} \langle x - L_{a3} \rangle^1 + R_{y4} \langle x - L_{a4} \rangle^1 + \\ & + R_{y5} \langle x - L_{a5} \rangle^1 + R_{y6} \langle x - L_{a6} \rangle^1 \end{aligned} \quad (7.13)$$

Como o procedimento para o cálculo dos esforços solicitantes de flexão no plano xz é exatamente o mesmo descrito para o cálculo no plano xy , não há necessidade de apresetá-lo novamente.

A equação diferencial de equilíbrio para o problema de torção na direção x é dada por

$$GJ_p \frac{d^2 \theta_x(x)}{dx^2} = -m_x(x), \quad (7.14)$$

sendo G o módulo de elasticidade transversal ou módulo de cisalhamento, J_p o momento de inércia polar da seção, θ_x o ângulo de torção e $m_x(x)$ a função que descreve o carregamento torcional ao longo do eixo.

Três casos de solicitação torcional do eixo serão avaliados neste trabalho, modificando-se as condições de contorno. A primeira abordagem (Caso A) considera que todos os torques aplicados ao longo do eixo são somados e aplicados como torque de reação na extremidade do volante de inércia, o que consequentemente resulta em valores de tensão muito altos devido aos torques de vibração torcional. A segunda abordagem (Caso B) considera que não há torque de reação no volante de inércia e que os torques aplicados em cada segmento não são somados ao longo do eixo, ou seja, cada torque solicita apenas o segmento sobre o qual é aplicado sem influenciar os segmentos adjacentes. Este caso representaria uma condição em que o motor gira livremente, sem estar acoplado à transmissão do veículo ou a um dinamômetro. A terceira abordagem (Caso C),

assim como no Caso A, considera que há torque de reação no volante de inércia devido aos torque aplicados ao longo do eixo mas, neste caso, os torques de vibração são aplicados como a diferença de magnitude entre os torques de vibração dos **GDL** adjacentes. Esta consideração se mostra mais adequada uma vez que durante o funcionamento do motor, as amplitudes de vibração alternam a direção.

Denotando $m_x(x)$ em função de singularidade obtem-se a equação para o Caso A dada por

$$\begin{aligned} m_x(x) = & T_1 \langle x - L_1 \rangle^{-1} + T_2 \langle x - L_2 \rangle^{-1} + T_3 \langle x - L_3 \rangle^{-1} + \\ & + T_4 \langle x - L_4 \rangle^{-1} + T_5 \langle x - L_5 \rangle^{-1} + t_1 \langle x - L_1 \rangle^{-1} + \\ & + t_2 \langle x - L_2 \rangle^{-1} + t_3 \langle x - L_3 \rangle^{-1} + t_4 \langle x - L_4 \rangle^{-1} + \\ & + t_5 \langle x - L_5 \rangle^{-1} \end{aligned} \quad (7.15)$$

sendo T_1 a T_5 os torques aplicados a partir das forças tangenciais aplicadas nos moentes, enquanto t_1 a t_5 são os torques de vibração torcional, calculados conforme descrito no Capítulo 5.

Substituindo a equação (7.15) na equação (7.14), obtém-se a equação diferencial de equilíbrio para o problema de torção dada por

$$\begin{aligned} GJ_p \frac{d^2 \theta_x(x)}{dx^2} = & -T_1 \langle x - L_1 \rangle^{-1} - T_2 \langle x - L_2 \rangle^{-1} - T_3 \langle x - L_3 \rangle^{-1} - \\ & - T_4 \langle x - L_4 \rangle^{-1} - T_5 \langle x - L_5 \rangle^{-1} - t_1 \langle x - L_1 \rangle^{-1} - \\ & - t_2 \langle x - L_2 \rangle^{-1} - t_3 \langle x - L_3 \rangle^{-1} - t_4 \langle x - L_4 \rangle^{-1} - \\ & - t_5 \langle x - L_5 \rangle^{-1} . \end{aligned} \quad (7.16)$$

Integrando-se uma vez a equação (7.16), obtém-se a equação do momento torçor $M_x(x)$ presente nas seções da viga a qual é dada por

$$M_x(x) = GJ_p \frac{d\theta_x(x)}{dx}. \quad (7.17)$$

Fazendo a integração da equação (7.16), tem-se a equação

$$\begin{aligned} M_x(x) = & -T_1 \langle x - L_1 \rangle^0 - T_2 \langle x - L_2 \rangle^0 - T_3 \langle x - L_3 \rangle^0 - \\ & - T_4 \langle x - L_4 \rangle^0 - T_5 \langle x - L_5 \rangle^0 - t_1 \langle x - L_1 \rangle^0 - \\ & - t_2 \langle x - L_2 \rangle^0 - t_3 \langle x - L_3 \rangle^0 - t_4 \langle x - L_4 \rangle^0 - \\ & - t_5 \langle x - L_5 \rangle^0 + C_1. \end{aligned} \quad (7.18)$$

Integrando-se a equação (7.16) pela segunda vez, obtém-se a equação do ângulo de torção $\theta_x(x)$ dada por

$$\begin{aligned}
 GJ_p\theta_x(x) = & -T_1 \langle x - L_1 \rangle^1 - T_2 \langle x - L_2 \rangle^1 - T_3 \langle x - L_3 \rangle^1 - \\
 & -T_4 \langle x - L_4 \rangle^1 - T_5 \langle x - L_5 \rangle^1 - t_1 \langle x - L_1 \rangle^1 - \\
 & -t_2 \langle x - L_2 \rangle^1 - t_3 \langle x - L_3 \rangle^1 - t_4 \langle x - L_4 \rangle^1 - \\
 & -t_5 \langle x - L_5 \rangle^1 + C_1x + C_2
 \end{aligned} \tag{7.19}$$

As condições de contorno para o problema de torção referente ao Caso A são $M_x(x = 0) = 0$ e $M_x(x = L) = T_6$.

Como as equações são válidas apenas para condições de equilíbrio estático, considera-se que T_6 corresponde ao torque total presente no volante de inércia, correspondendo à reação de todos os torques aplicados nas manivelas.

Substituindo as duas condições de contorno na equação (7.18), obtém-se a equação final do momento torçor M_x para o Caso A dada por

$$\begin{aligned}
 M_x(x) = & -T_1 \langle x - L_1 \rangle^0 - T_2 \langle x - L_2 \rangle^0 - T_3 \langle x - L_3 \rangle^0 - \\
 & -T_4 \langle x - L_4 \rangle^0 - T_5 \langle x - L_5 \rangle^0 - t_1 \langle x - L_{a1} \rangle^0 - \\
 & -t_2 \langle x - L_{a2} \rangle^0 - t_3 \langle x - L_{a3} \rangle^0 - t_4 \langle x - L_{a4} \rangle^0 - \\
 & -t_5 \langle x - L_{a5} \rangle^0 - t_6 \langle x - L_{a6} \rangle^0 + T_R
 \end{aligned} \tag{7.20}$$

Essa condição de contorno do Caso A mostra-se muito conservadora, uma vez que quando o motor está em funcionamento, não necessariamente há um torque de reação no volante de magnitude igual aos torques aplicados ao virabrequim, já que este está em movimento.

O momento torçor para o Caso B pode ser escrito conforme a seguinte equação, sendo nulo

o torque de reação ($T_R = 0$) mostrado na Figura 7.1.

$$\begin{aligned}
 M_x(x) = & -T_1 \langle x - L_1 \rangle^0 + T_1 \langle x - L_2 \rangle^0 - T_2 \langle x - L_2 \rangle^0 + \\
 & + T_2 \langle x - L_3 \rangle^0 - T_3 \langle x - L_3 \rangle^0 + T_3 \langle x - L_4 \rangle^0 - \\
 & - T_4 \langle x - L_4 \rangle^0 + T_4 \langle x - L_5 \rangle^0 - T_5 \langle x - L_5 \rangle^0 - \\
 & - t_1 \langle x - L_{a1} \rangle^0 + t_1 \langle x - L_{a2} \rangle^0 - t_2 \langle x - L_{a2} \rangle^0 + \\
 & + t_2 \langle x - L_{a3} \rangle^0 - t_3 \langle x - L_{a3} \rangle^0 + t_3 \langle x - L_{a4} \rangle^0 - \\
 & - t_4 \langle x - L_{a4} \rangle^0 + t_4 \langle x - L_{a5} \rangle^0 - t_5 \langle x - L_{a5} \rangle^0 + \\
 & + t_5 \langle x - L_{a6} \rangle^0 - t_6 \langle x - L_{a6} \rangle^0
 \end{aligned} \tag{7.21}$$

O momento torçor para o Caso C pode ser escrito conforme

$$\begin{aligned}
 M_x(x) = & -T_1 \langle x - L_1 \rangle^0 - T_2 \langle x - L_2 \rangle^0 - T_3 \langle x - L_3 \rangle^0 - \\
 & - T_4 \langle x - L_4 \rangle^0 - T_5 \langle x - L_5 \rangle^0 - |t_1 - t_2| \langle x - L_{a1} \rangle^0 - \\
 & - |t_2 - t_3| \langle x - L_{a2} \rangle^0 - |t_3 - t_4| \langle x - L_{a3} \rangle^0 - \\
 & - |t_4 - t_5| \langle x - L_{a4} \rangle^0 - |t_5 - t_6| \langle x - L_{a5} \rangle^0 + T_R
 \end{aligned} \tag{7.22}$$

7.3 Análise de Tensões e de Fadiga

Os cálculos de tensões a partir dos momentos fletores e torçores podem ser realizados para cada ângulo de giro do virabrequim, ou para qualquer intervalo pré-estabelecido. Para cada ângulo avaliado, determina-se a seção do eixo mais solicitada, o que depende da condição de carregamento em cada segmento.

7.3.1 Cálculo de Tensões Nominais sob Carregamentos Críticos

Determinados os esforços internos atuantes no eixo equivalente, é possível calcular as tensões máxima e mínima de flexão e cisalhamento na seção mais solicitada, a qual apresenta os menores coeficientes de segurança de fadiga.

O cálculo de fadiga proposto neste trabalho baseia-se na metodologia apresentada por (MEN-

DES *et al.*, 2003), combinando-se os carregamentos de flexão e de torção no virabrequim. Dois casos de carga são considerados:

- carga máxima, no início da fase de combustão, quando o pistão está no **PMS** e a pressão no cilindro é máxima;
- carga mínima, na fase de exaustão, quando o pistão está no **PMI** e a pressão no cilindro é muito baixa.

Na condição de máxima carga, os carregamentos que atuam em cada manivela são a força radial de combustão, a força de inércia rotativa, o torque indicado do motor e o torque de vibração torcional. Na condição de mínima carga, os carregamentos que atuam na manivela são apenas as forças de inércia rotativa e oscilatória, combinadas com o torque indicado inercial e o torque de vibração torcional em sentido oposto.

Para a seção crítica, as tensões de flexão σ e de torção τ máximas são calculadas a partir dos momentos fletores e torçores previamente calculados para o caso de carga máxima, conforme as seguintes equações

$$\sigma_{máx} = \frac{M_{Rmáx} \cdot D_e}{2I_{yy}} \quad (7.23)$$

$$\tau_{máx} = \frac{M_{xmáx} \cdot D_e}{2J_p} \quad (7.24)$$

sendo D_e o diâmetro externo equivalente do eixo, d_e o diâmetro interno equivalente, $I_{yy} = I_{zz} = \frac{\pi(D_e^4 - d_e^4)}{64}$ o momento de inércia, $J_p = \frac{\pi(D_e^4 - d_e^4)}{32}$ o momento de inércia polar e M_R o momento fletor resultante dado por

$$M_R = \sqrt{M_{y(máx)}^2 + M_{z(máx)}^2} \quad (7.25)$$

As tensões mínimas σ_{min} e τ_{min} são determinadas analogamente a partir dos momentos fletores calculados para o caso de carga mínima.

7.3.2 Fatores de concentração de tensão

Como um virabrequim na realidade não corresponde a um eixo cilíndrico simples como o do modelo hiperestático proposto, deve-se levar em consideração a concentração de tensões que ocorre nos raios de concordância existentes entre os braços de manivela e os munhões e moentes, ilustrados na metade de um segmento da Figura 7.3.



Figura 7.3: Raios de concordância críticos sob fadiga.

Portanto, deve-se determinar fatores de concentração de tensões, os quais relacionam a máxima tensão nos raios de concordância com a tensão nominal para os casos de flexão e torção puras no eixo, conforme a equação

$$\alpha_F = \frac{\sigma_{raio}}{\sigma_0}, \alpha_T = \frac{\tau_{raio}}{\tau_0} \quad (7.26)$$

sendo σ_0 e τ_0 as tensões nominais de flexão e de cisalhamento, respectivamente, calculadas conforme a seção anterior.

Os fatores de concentração de tensão são calculados a partir da formulação empírica desenvolvida por (EBERHARD, 1973) e apresentada em (AVL, 2011A). Outra maneira mais prática para se determinar os concentradores é a partir do **MEF**, comparando-se a tensão nominal em um eixo cilíndrico com a tensão no raio do virabrequim, conforme foi abordado por (VILLALVA *et al.*, 2006) e (NEVES, 2010).

Neste trabalho, os concentradores serão calculados analiticamente conforme a referência

(EBERHARD, 1973), tanto para os raios dos moentes quanto para os raios dos munhões. As equações utilizadas estão apresentadas no Apêndice A.

7.3.3 Tensões equivalentes média e alternada

Devido à natureza cíclica das cargas atuantes no virabrequim, deve-se considerar uma análise de fadiga e, para tal, devem ser determinadas as cargas média e alternada, considerando que cada seção do eixo é submetida às condições de carga máxima e carga mínima. Determinados os fatores de concentração de tensão, calcula-se as tensões média e alternada equivalentes para os raios de concordância do moente e do munhão.

Conforme descrito em (SHIGLEY *et al.*, 2004), a tensão média e a tensão alternada são dadas pelas equações a seguir. Estas tensões variam conforme ilustrado na Figura 7.4 em função das cargas máximas e mínimas aplicadas sobre o componente.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{m\acute{a}x} + \sigma_{m\grave{m}n}}{2}, \tau_m = \frac{\tau_{m\acute{a}x} + \tau_{m\grave{m}n}}{2} \quad (7.27)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{m\grave{m}n}}{2}, \tau_a = \frac{\tau_{m\acute{a}x} - \tau_{m\grave{m}n}}{2} \quad (7.28)$$

As tensões equivalentes de von Mises média e alternada podem ser então determinadas, já aplicando fatores de concentração de tensão para os raios do moente (α) e do munhão (β), conforme as equações

$$\sigma_{m(c)} = \sqrt{(\alpha_F \sigma_m)^2 + 3(\alpha_T \tau_m)^2}, \quad \sigma_{a(c)} = \sqrt{(\alpha_F \sigma_a)^2 + 3(\alpha_T \tau_a)^2} \quad (7.29)$$

$$\sigma_{m(j)} = \sqrt{(\beta_F \sigma_m)^2 + 3(\beta_T \tau_m)^2}, \quad \sigma_{a(j)} = \sqrt{(\beta_F \sigma_a)^2 + 3(\beta_T \tau_a)^2} \quad (7.30)$$

sendo $\sigma_{m(c)}$ e $\sigma_{a(c)}$ as respectivas tensões média e alternada equivalentes no moente e $\sigma_{m(j)}$ e $\sigma_{a(j)}$ as respectivas tensões média e alternada equivalentes no munhão.

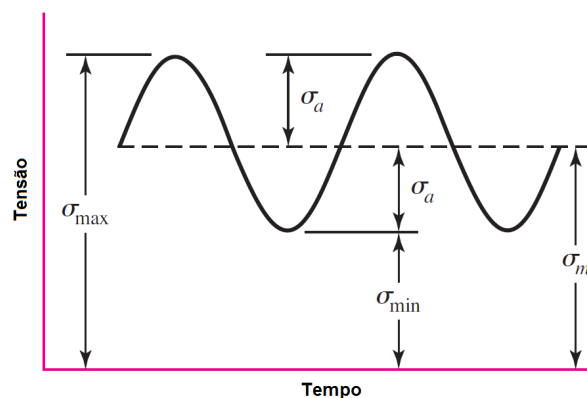


Figura 7.4: Tensões cíclicas médias e alternadas.

7.3.4 Resistência à Fadiga

O limite de resistência à fadiga do material pode ser obtido a partir de um teste de fadiga de flexão rotativa. Além disso, são consideradas uma série de fatores de correção para se obter o limite de fadiga do virabrequim a partir do limite de fadiga obtido no ensaio de flexão rotativa ou de tração-compressão em corpos de prova padronizados.

Outra forma de se obter o limite de fadiga do material é por meio de ensaios de fadiga experimentais realizados com virabrequins, comparando os valores de tensão medidos por meio de extensômetros com resultados de simulações pelo **MEF**, utilizando o mesmo valor de carga. Um trabalho deste tipo foi realizado para o mesmo modelo de virabrequim de 6 cilindros, objeto de estudo desta dissertação, e os resultados foram publicados na referência (VILLALVA E FERRACINI, 2010). Neste caso, a correlação foi obtida para condição estática, considerando a mesma carga média que provocou falhas nos raios de concordância das peças testadas. O aparato montado para realização do ensaio e o resultado de tensão da simulação numérica estão apresentadas nas Figuras 7.5 e 7.6, respectivamente.

O coeficientes de segurança para o virabrequim podem ser determinados a partir das tensões equivalentes alternadas e médias para o moente e para o munhão, segundo o critério de Goodman. Outras teorias de fadiga também podem ser utilizadas, tais como a de Soderberg, Gerber, ASME-elíptico e Langer, as quais estão descritas em (NORTON, 2004) e (SHIGLEY *et al.*, 2004).



Figura 7.5: Aparato experimental para ensaio de fadiga de virabrequins sob carga de flexão (VILLALVA E FERRACINI, 2010).

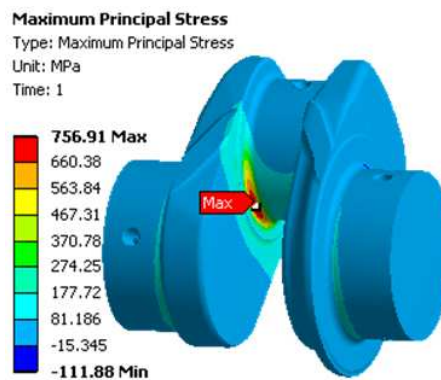


Figura 7.6: Resultado de tensão máxima principal para um segmento do virabrequim 6 cilindros sob carga de flexão (VILLALVA E FERRACINI, 2010).

Uma análise de fadiga mais sofisticada poderia ser realizada utilizando critérios mais modernos, que levam em conta a multiaxialidade das tensões. Dentre dos critérios multiaxiais, pode-se citar o de Dang Van, Sines e Crossland. Como não corresponde ao objetivo deste trabalho avaliar os critérios de fadiga, estes não serão abordados. Um estudo aprofundado destes critérios aplicados a virabrequins de **MCI** foi realizado por (MINUCCI, 2010).

A partir do diagrama de Goodman modificado, ilustrado na Figura 7.7, pode-se determinar os coeficientes de segurança de fadiga N_f pela seguinte equação.

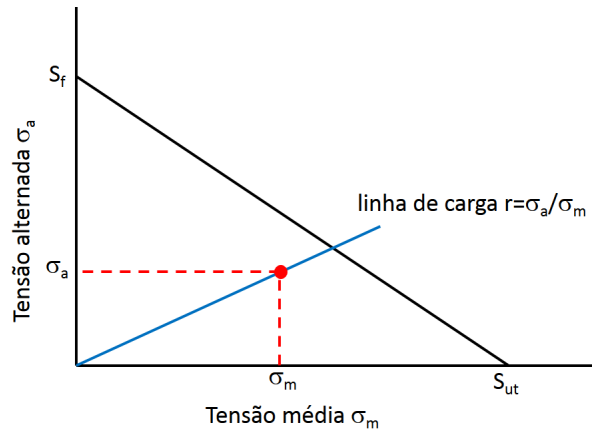


Figura 7.7: Diagrama de Goodman modificado.

$$N_f = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{S_f} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}}} \quad (7.31)$$

sendo σ_a e σ_m as tensões alternada e média presentes na peça, S_f o limite de fadiga e S_{ut} o limite de resistência à tração do material.

7.4 Resultados

Nesta seção são apresentados os resultados de tensões médias e alternadas, calculadas a partir dos diagramas de momentos fletores e torçores, e os coeficientes de segurança de fadiga. Os resultados para os virabrequins sem absorvedores de vibrações são apresentados para os casos A, B e C abordados na Seção 7.2. O estudo dos virabrequins com absorvedores de vibrações torcionais foram realizados apenas para o Caso C.

7.4.1 Propriedades do Material

O material considerado neste trabalho corresponde a um aço carbono de alta resistência. Em ambos os casos de estudo, tanto para o virabrequim de 6 cilindros em linha quanto para o

virabrequim V10, será admitido que os mancais são tratados termicamente. Como todo o estudo está sendo feito para a região dos raios de concordância dos moentes e munhões, considera-se as propriedades do material tratado termicamente por têmpera indutiva. Os dados considerados neste trabalho são referentes ao material **SAE1548**, material bastante aplicado em virabrequins forjados.

- Densidade $\varphi = 7850 \text{ kg/m}^3$;
- módulo de elasticidade $E = 200 \text{ GPa}$;
- coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$;
- limite de resistência à tração $S_{ut} = 1500 \text{ MPa}$;
- limite de fadiga $S_f = 750 \text{ MPa}$.

Por simplificação, o limite de fadiga do material para vida infinita (10^7 ciclos) será considerado como a metade do limite de resistência à tração S_{ut} , portanto 750 MPa . Este valor está dentro da faixa esperada apresentada em (MINEX, 2012) e muito próximo do valor encontrado em (VILLALVA E FERRACINI, 2010) para o limite de fadiga de um virabrequim Diesel forjado e submetido a tratamento de têmpera indutiva nos mancais.

7.4.2 Motor de 10 Cilindros em V

A Esforços Dinâmicos para as Condições Críticas de Projeto

Os gráficos de esforços dinâmicos aplicados ao virabrequim V10 estão apresentados no Apêndice B. Os esforços para cada condição de projeto foram determinados para o ângulo crítico do virabrequim ao longo do ciclo de 720° . A Figura B.1 apresenta as forças aplicadas nos moentes do virabrequim V10 para cada condição crítica de projeto, calculadas pelo método **Tradicional**. Nas três condições de projeto, a máxima força é compressiva e ocorre para o terceiro moente na direção vertical, sendo que na condição de máximo torque, a magnitude é da ordem de 25 kN , na

condição de máxima potência é pouco maior que 40 kN e quando a rotação é máxima a força atinge cerca de 50 kN.

As Figuras B.2 à B.4 apresentam os torques nas manivelas para as três condições de projeto e considerando a utilização de absorvedores de vibrações, conforme parâmetros apresentados no Capítulo 6. Na condição de máximo torque, a magnitude do torque aplicado pelas bielas é máximo na quarta manivela, com valor da ordem de 900 N.m e o torque vibratório é da ordem de 2250 N.m nesta manivela. Utilizando um absorvedor de vibrações sintonizado, o torque de vibração foi reduzido para a mesma ordem de grandeza do torque aplicado, aproximadamente 950 N.m. Quando aplicado um absorvedor viscoso não sintonizado, o torque de vibração foi reduzido para aproximadamente 1550 N.m.

Na condição de máxima potência, o torque aplicado máximo é de aproximadamente 800 N.m na segunda manivela e o torque de vibração máximo é de aproximadamente 1050 N.m. Utilizando um absorvedor sintonizado, os valores máximos dos torques aplicado e de vibração são da ordem de 800 N.m e 1300 N.m, respectivamente, ambos na quarta manivela. Quando aplicado um absorvedor viscoso não sintonizado, o torque máximo aplicado é de 800 N.m na segunda manivela e o torque de vibração foi reduzido para aproximadamente 675 N.m na quarta manivela.

Na condição de máxima rotação, o máximo torque aplicado é da ordem de 600 N.m na segunda manivela e o torque vibratório é pouco menor que 1400 N.m, também na segunda manivela. Aplicando-se um absorvedor de vibrações sintonizado, o torque aplicado é máximo na quarta manivela com magnitude aproximada de 750 N.m, e o torque de vibração é da ordem de 1700 N.m na mesma manivela. Aplicando um absorvedor não sintonizado, ambos os torques se mantiveram com a magnitude aproximadamente igual ao do sistema original.

B Diagramas de Esforços Solicitantes

Os diagramas de esforços solicitantes obtidos para o virabrequim V10 estão apresentados no Apêndice C. As Figuras C.1 à C.24 mostram os diagramas de esforços cortantes, momentos fletores e momentos torçores para as três condições de projeto. Os esforços cortantes representam as forças aplicadas nos moentes e as reações nos mancais principais do virabrequim. A partir dos momen-

tos fletores e torçores, calcula-se as tensões normais de flexão e de cisalhamento no componente, respectivamente.

C Tensões e Coeficientes de Segurança

A partir dos diagramas de momentos, as tensões nominais no eixo equivalente podem ser calculadas. Os fatores de concentração de tensão calculados para o virabrequim V10 estão apresentados na Tabela 7.1

Tabela 7.1: Fatores de concentração de tensão calculados para o virabrequim V10.

	Flexão	Torção
Moente	1,86	2,56
Munhão	2,03	2,67

As Tabelas 7.2, 7.3 e 7.4 apresentam os valores de tensões alternadas e médias e os coeficientes de segurança para o virabrequim V10, para as três condições de projeto. Para o Caso A, o menor fator de segurança calculado foi de 1,07 para a condição de máximo torque, o que significa que o virabrequim não apresentará falha por fadiga em nenhuma das condições de operação. Para o Caso B, o menor fator de segurança foi de 2,89 e para o Caso C foi de 2,48, ambos para a condição de máximo torque. Conforme esperado, o Caso A foi o mais crítico do ponto de vista de fadiga para as três condições de projeto.

Utilizando um absorvedor de sintonia unitária, o fator de segurança mínimo para o Caso C aumentou de 2,48 para 3,66 na condição de máximo torque, aumentou de 3,07 para 3,36 na condição de máxima potência e aumentou de 3,13 para 3,23 na condição de máxima rotação, conforme apresentado na Tabela 7.5. Já utilizando um absorvedor de sintonia ótima, o fator de segurança mínimo para o Caso C aumentou de 2,48 para 3,62 na condição de máximo torque, aumentou de 3,07 para 3,29 na condição de máxima potência e aumentou de 3,13 para 3,17 na condição de máxima rotação, conforme apresentado na Tabela 7.6. Neste caso, recomenda-se a aplicação do absorvedor sintonizado na mesma frequência de vibração do sistema original, já que os picos de vibração são menores nas condições críticas de funcionamento do motor.

Utilizando um absorvedor não sintonizado, o fator de segurança mínimo para o Caso C au-

mentou de 2,48 para 3,06 na condição de máximo torque, aumentou de 3,07 para 3,37 na condição de máxima potência e se manteve praticamente igual ao do sistema sem absorvedor na condição de máxima rotação, conforme apresentado na Tabela 7.7. Portanto, recomenda-se o uso de um absorvedor sintonizado para esta aplicação para obter uma redução mais efetiva nas tensões.

É sempre importante analisar os resultados com cautela, uma vez que para o motor analisado, as condições de projeto situam-se em uma faixa de rotações consideravelmente altas. Desta forma, usar um absorvedor sintonizado, o qual transfere os picos de vibração para rotações mais baixas, representa menores esforços torcionais em altas rotações, neste caso nas condições de projeto. Entretanto, deve-se levar em consideração que haverá maior solicitação do componente em baixas rotações, as quais devem ser também analisadas. Por esse motivo, o uso de um absorvedor não sintonizado não representou uma redução tão significativa nos esforços em altas rotações, já que as frequências ressonantes do sistema permanecem próximas às do sistema sem absorvedor.

Tabela 7.2: Tensões equivalentes e coeficientes de segurança para o virabrequim V10 sem absorvedor de vibrações para o Caso A.

	Máx. Torque		Máx. Potência		Máx. Rotação	
	Moente	Munhão	Moente	Munhão	Moente	Munhão
σ_a [MPa]	449,81	283,92	256,17	161,71	339,76	252,55
σ_m [MPa]	510,57	322,47	408,76	258,37	399,20	214,49
N_f	1,07	1,64	1,64	2,59	1,40	2,21

Tabela 7.3: Tensões equivalentes e coeficientes de segurança para o virabrequim V10 sem absorvedor de vibrações para o Caso B.

	Máx. Torque		Máx. Potência		Máx. Rotação	
	Moente	Munhão	Moente	Munhão	Moente	Munhão
σ_a [MPa]	156,32	98,71	132,42	83,63	156,87	99,17
σ_m [MPa]	208,76	132,02	221,07	140,26	204,28	130,32
N_f	2,89	4,57	3,10	4,90	2,91	4,59

Tabela 7.4: Tensões equivalentes e coeficientes de segurança para o virabrequim V10 sem absorvedor de vibrações para o Caso C.

	Máx. Torque		Máx. Potência		Máx. Rotação	
	Moente	Munhão	Moente	Munhão	Moente	Munhão
σ_a [MPa]	118,12	74,58	79,96	50,63	75,68	37,03
σ_m [MPa]	370,60	234,10	329,54	208,56	208,97	48,06
N_f	2,48	3,93	3,07	4,85	3,13	4,93

Tabela 7.5: Tensões equivalentes e coeficientes de segurança para o virabrequim V10 com absorvedor de vibrações de sintonia unitária para o Caso C.

	Máx. Torque		Máx. Potência		Máx. Rotação	
	Moente	Munhão	Moente	Munhão	Moente	Munhão
σ_a [MPa]	55, 51	35, 09	65, 14	41, 19	72, 11	45, 61
σ_m [MPa]	299, 55	189, 30	316, 97	200, 55	321, 59	203, 62
N_f	3, 66	5, 79	3, 36	5, 31	3, 23	5, 10

Tabela 7.6: Tensões equivalentes e coeficientes de segurança para o virabrequim V10 com absorvedor de vibrações de sintonia ótima para o Caso C.

	Máx. Torque		Máx. Potência		Máx. Rotação	
	Moente	Munhão	Moente	Munhão	Moente	Munhão
σ_a [MPa]	56, 88	35, 95	68, 63	43, 39	75, 62	47, 82
σ_m [MPa]	301, 76	190, 69	319, 57	202, 18	323, 32	204, 71
N_f	3, 62	5, 72	3, 29	5, 20	3, 17	5, 01

Tabela 7.7: Tensões equivalentes e coeficientes de segurança para o virabrequim V10 com absorvedor de vibrações não-sintonizado para o Caso C.

	Máx. Torque		Máx. Potência		Máx. Rotação	
	Moente	Munhão	Moente	Munhão	Moente	Munhão
σ_a [MPa]	82, 78	52, 28	66, 08	41, 91	78, 84	50, 05
σ_m [MPa]	325, 36	205, 57	314, 61	199, 17	324, 19	205, 47
N_f	3, 06	4, 85	3, 37	5, 31	3, 12	4, 92

7.4.3 Motor de 6 Cilindros em Linha

A Esforços Dinâmicos para as Condições Críticas de Projeto

Os gráficos de esforços dinâmicos aplicados ao virabrequim 6 cilindros estão apresentados no Apêndice B. Os esforços para cada condição de projeto foram determinados para o ângulo crítico do virabrequim ao longo do ciclo de 720°. A Figura B.5 apresenta as forças aplicadas nos moentes do virabrequim 6 cilindros para cada condição crítica de projeto, calculadas pelo método **Tradicional**. Na condição de máximo torque, a máxima força compressiva ocorre para o primeiro moente na direção vertical com magnitude da ordem de 76 kN. Na condição de máxima potência, a máxima força compressiva é de 20 kN no quarto moente na direção vertical e, na condição de máxima rotação, a maior força de compressão é de 25 kN na direção vertical sobre o segundo

moente.

As Figuras B.6 à B.8 apresentam os torques nas manivelas para as três condições de projeto e considerando a utilização de absorvedores de vibrações, conforme parâmetros apresentados no Capítulo 6. Na condição de máximo torque, a magnitude do torque aplicado pelas bielas é máximo na sexta manivela, com valor da ordem de 3000 N.m e o torque vibratório é da ordem de 1300 N.m na sexta manivela. Utilizando um absorvedor de vibrações sintonizado, o torque de vibração é da ordem de 2300 N.m na sexta manivela e quando aplicado um absorvedor viscoso não sintonizado, o torque de vibração é de aproximadamente 1500 N.m.

Na condição de máxima potência, o torque aplicado máximo é de aproximadamente 2700 N.m na quarta manivela e o torque de vibração máximo é de aproximadamente 2500 N.m. Utilizando um absorvedor sintonizado, os valores máximos dos torques aplicado e de vibração são da ordem de 2700 na terceira manivela N.m e 1700 N.m na segunda manivela, respectivamente, ambos na quarta manivela. Quando aplicado um absorvedor viscoso não sintonizado, o torque máximo aplicado é de 2700 N.m na quarta manivela e o torque de vibração foi reduzido para aproximadamente 1700 N.m na sexta manivela.

Na condição de máxima rotação, o máximo torque aplicado é da ordem de 2500 N.m na terceira manivela e o torque vibratório é de aproximadamente 1800 N.m, na segunda manivela. Aplicando-se um absorvedor de vibrações com sintonia unitária, o torque aplicado é máximo na primeira manivela com magnitude aproximada de 2500 N.m, e o torque de vibração é também da ordem de 2500 N.m, porém na segunda manivela. Quando o absorvedor tem sintonia ótima, os torques máximos ocorrem para a sexta manivela, com magnitudes de 2500 N.m e 1200 N.m para os torques aplicado e vibratório, respectivamente. Aplicando um absorvedor não sintonizado, o torque aplicado máximo ocorre na terceira manivela com magnitude de 2500 N.m e o torque de vibração máximo ocorre para a segunda manivela magnitude pouco maior que 1500 N.m.

B Diagramas de Esforços Solicitantes

Os diagramas de esforços solicitantes obtidos para o virabrequim 6 cilindros estão apresentados no Apêndice C. As Figuras C.25 à C.48 mostram os diagramas de esforços cortantes, momentos

fletores e momentos torçores para as três condições de projeto. Os esforços cortantes representam as forças aplicadas nos moentes e as reações nos mancais principais do virabrequim. A partir dos momentos fletores e torçores, calcula-se as tensões normais de flexão e de cisalhamento nos mancais do componente, respectivamente.

C Tensões e Coeficientes de Segurança

Os fatores de concentração de tensão calculados para o virabrequim 6 cilindros estão apresentados na Tabela 7.8

Tabela 7.8: Fatores de concentração de tensão calculados para o virabrequim 6 cilindros.

	Flexão	Torção
Moente	1,75	2,11
Munhão	2,13	2,21

As Tabelas 7.9, 7.10 e 7.11 apresentam os valores de tensões alternadas e médias e os coeficientes de segurança para o virabrequim 6 cilindros, para as três condições de projeto. Para o Caso A, o menor fator de segurança calculado foi de 1,12 para a condição de máxima potência, o que significa que o virabrequim não apresentará falha por fadiga em nenhuma das condições de operação. Para o Caso B, o menor fator de segurança foi de 3,10 na condição de máximo torque e para o Caso C foi de 2,67 na condição de máxima potência. Conforme esperado, o Caso A foi o mais crítico do ponto de vista de fadiga para as três condições de projeto.

Utilizando um absorvedor de sintonia unitária, o fator de segurança mínimo para o Caso C foi reduzido de 2,73 para 2,66 na condição de máximo torque, aumentou de 2,67 para 2,79 na condição de máxima potência e aumentou de 2,84 para 2,85 na condição de máxima rotação, conforme apresentado na Tabela 7.12. Já utilizando um absorvedor de sintonia ótima, o comportamento foi o mesmo obtido para o absorvedor unitário e somente na condição de máxima rotação o coeficiente de segurança mínimo sofreu redução de 2,84 para 2,76 na condição de máxima rotação, conforme apresentado na Tabela 7.13. Neste caso, recomenda-se também a aplicação do absorvedor sintonizado na mesma frequência de vibração do sistema original.

Utilizando um absorvedor não sintonizado, o fator de segurança mínimo para o Caso C se

manteve em 2,73 na condição de máximo torque, aumentou de 2,67 para 2,79 na condição de máxima potência e se manteve praticamente igual ao do sistema sem absorvedor na condição de máxima rotação, conforme apresentado na Tabela 7.14. Portanto, recomenda-se o uso de um absorvedor sintonizado unitário para esta aplicação para obter uma redução mais efetiva nas tensões.

Por se tratar de um motor Diesel, as velocidades de trabalho do motor são menores e as condições de máximo torque e máxima potência ocorrem para rotações intermediárias da faixa de operações. A redução dos coeficientes de segurança com a aplicação de absorvedores em alguns casos se deve ao fato de os picos de vibração do virabrequim original não ocorrerem nas condições de rotação estudadas e, com o uso da abosorvedores, há redução dos níveis vibratórios nas rotações de picos máximos e aumento dos níveis nas rotações de estudo.

Tabela 7.9: Tensões equivalentes e coeficientes de segurança para o virabrequim 6 cilindros sem absorvedor de vibrações para o Caso A.

	Máx. Torque		Máx. Potência		Máx. Rotação	
	Moente	Munhão	Moente	Munhão	Moente	Munhão
σ_a [MPa]	380,38	228,49	420,65	252,69	194,68	116,95
σ_m [MPa]	485,92	291,89	510,00	306,36	806,95	484,74
N_f	1,21	2,01	1,12	1,86	1,26	2,09

Tabela 7.10: Tensões equivalentes e coeficientes de segurança para o virabrequim 6 cilindros sem absorvedor de vibrações para o Caso B.

	Máx. Torque		Máx. Potência		Máx. Rotação	
	Moente	Munhão	Moente	Munhão	Moente	Munhão
σ_a [MPa]	150,74	90,60	143,22	86,07	77,67	46,66
σ_m [MPa]	185,17	111,28	175,48	105,45	221,16	132,86
N_f	3,10	5,15	3,26	5,43	4,00	6,65

Tabela 7.11: Tensões equivalentes e coeficientes de segurança para o virabrequim 6 cilindros sem absorvedor de vibrações para o Caso C.

	Máx. Torque		Máx. Potência		Máx. Rotação	
	Moente	Munhão	Moente	Munhão	Moente	Munhão
σ_a [MPa]	153,36	92,46	140,70	84,53	113,95	68,50
σ_m [MPa]	244,82	147,28	282,94	169,97	302,10	181,50
N_f	2,73	4,54	2,67	4,44	2,84	4,73

Tabela 7.12: Tensões equivalentes e coeficientes de segurança para o virabrequim 6 cilindros com absorvedor de vibrações de sintonia unitária para o Caso C.

	Máx. Torque		Máx. Potência		Máx. Rotação	
	Moente	Munhão	Moente	Munhão	Moente	Munhão
σ_a [MPa]	159.08	95.88	132.36	79.53	116.52	70.00
σ_m [MPa]	248.39	149.43	274.57	164.95	294.71	177.04
N_f	2.66	4.42	2.79	4.65	2.85	4.75

Tabela 7.13: Tensões equivalentes e coeficientes de segurança para o virabrequim 6 cilindros com absorvedor de vibrações de sintonia ótima para o Caso C.

	Máx. Torque		Máx. Potência		Máx. Rotação	
	Moente	Munhão	Moente	Munhão	Moente	Munhão
σ_a [MPa]	158.74	95.68	132.37	79.53	124.01	75.11
σ_m [MPa]	248.17	149.29	274.47	164.89	296.79	178.58
N_f	2.66	4.42	2.79	4.65	2.76	4.58

Tabela 7.14: Tensões equivalentes e coeficientes de segurança para o virabrequim 6 cilindros com absorvedor de vibrações não-sintonizado para o Caso C.

	Máx. Torque		Máx. Potência		Máx. Rotação	
	Moente	Munhão	Moente	Munhão	Moente	Munhão
σ_a [MPa]	153.73	92.68	132.15	79.40	114.55	68.86
σ_m [MPa]	245.03	147.41	275.09	165.25	297.73	178.88
N_f	2.73	4.53	2.79	4.65	2.86	4.75

8 Análise Dinâmica Transiente com Virabrequim Flexível

Este capítulo aborda a análise de virabrequins a partir de modelos de elementos finitos, considerando o ciclo completo de operação do **MCI**, ou seja, duas revoluções do virabrequim. Este tipo de análise é realizada no domínio do tempo, considerando não linearidades das regiões de interface do virabrequim com o bloco do motor. Para a solução dos problemas dinâmicos foi utilizado o programa comercial **AVL Excite**, mais especificamente o módulo **Power Unit**. Para a geração da malha, condensação do modelo e pós processamento foi utilizado o pacote comercial da **ALTAIR Hyperworks**.

A Figura 8.1 apresenta um fluxograma para a simulação dinâmica transitente, contemplando as etapas consideradas neste trabalho. Inicialmente, após a fase inicial do projeto, concluídos os cálculos analíticos e definidas as dimensões básicas do virabrequim, pode-se construir um modelo matemático tridimensional mais refinado, com características muito próximas às da versão final. A partir do modelo matemático, pode-se gerar então a malha de elementos finitos que será utilizada na simulação dinâmica. No modelo de elementos finitos do virabrequim devem ser definidos os nós de interface, onde serão aplicados os esforços e as conexões com outros componentes do motor. Conforme será explicado mais adiante, estes nós de interface devem ser conectados à malha de elementos finitos através de elementos rígidos e o modelo completo deve ser reduzido por meio da técnica de subestruturação. Basicamente, o processo de subestruturação, ou condensação, consiste em guardar toda a informação dinâmica da estrutura do virabrequim (massa e rigidez) nos nós de interface, de forma a reduzir o esforço computacional.

A análise transiente é então realizada a partir do modelo condensado e os resultados de deslocamento dos nós de interface podem ser exportados, de forma a servirem como dados de entrada para uma série de análises estáticas, uma para cada ângulo de giro do virabrequim, realizadas utilizando o modelo de elementos finitos completo. Tem-se portanto os resultados de deslocamentos e de tensões para toda a malha do virabrequim e para todo o ciclo de funcionamento do motor.

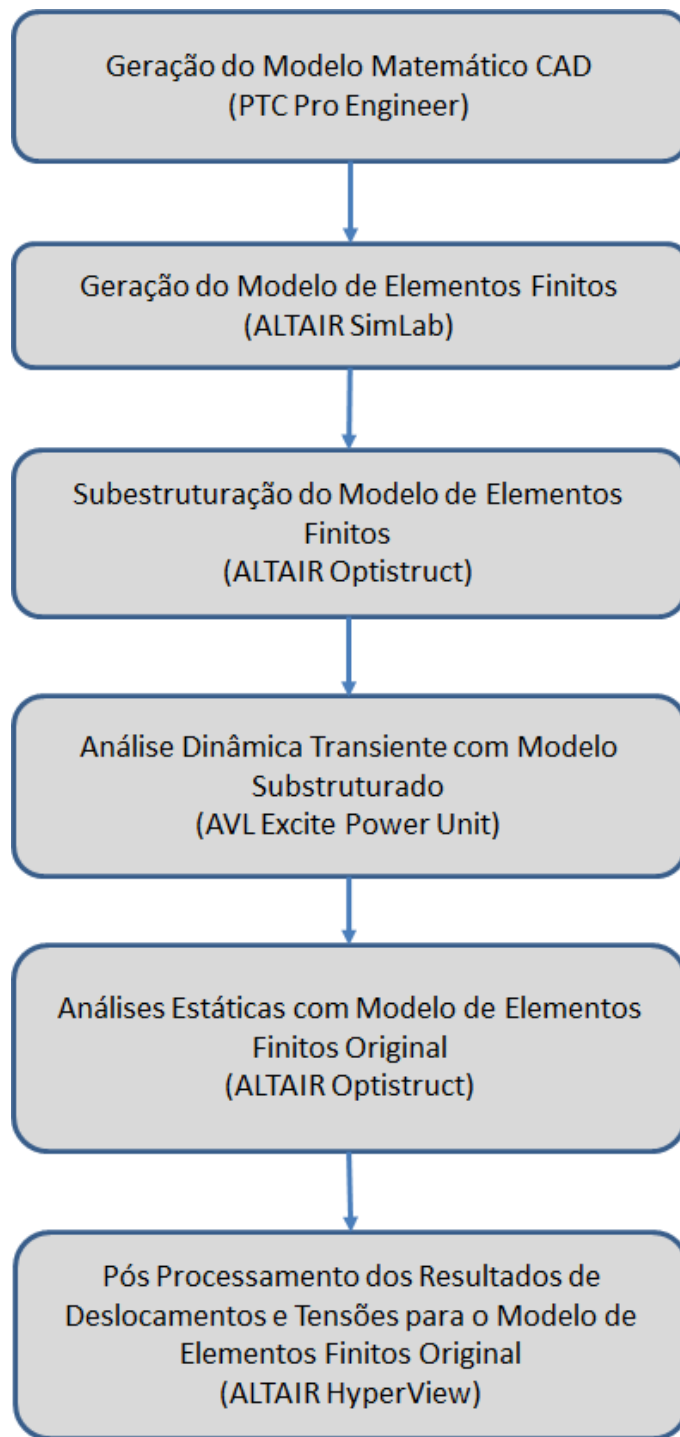


Figura 8.1: Fluxograma de etapas para uma análise dinâmica transiente.

8.1 Análise Transiente com Modelo Flexível

A análise estrutural transiente utilizando um modelo flexível representa um método mais completo e sofisticado quando comparado ao modelo analítico apresentado neste trabalho. Ele é utilizado para se determinar a resposta dinâmica da estrutura do virabrequim sob a ação de carregamentos diversos variantes no tempo. Este tipo de análise tem como principais vantagens a consideração dos efeitos de inércia e amortecimento. Além disso, este método não requer a aplicação dos carregamentos de vibração torcional, calculados conforme Capítulo 5, como parâmetros de entrada, uma vez que este fenômeno é consequência direta da aplicação das forças defasadas nos moentes do modelo flexível ao longo do tempo. O inconveniente da utilização deste tipo de modelo é o grande esforço computacional envolvido devido à grande quantidade de **GDL**. Elementos de segunda ordem são necessários para boa representação da rigidez da estrutura e consequentemente a obtenção de valores coerentes para as tensões calculadas nas regiões críticas. Além disso, modelos mais realísticos requerem o uso de juntas não lineares, o que geralmente pode resultar em problemas de convergência e aumento do número de iterações.

Com os recursos de *hardware* disponíveis atualmente, ainda não é comum e viável executar análises transientes com modelos de elementos finitos completos, fazendo-se necessária a redução do problema por meio de métodos de subestruturação, onde apenas os nós de interface são utilizados para representar o comportamento dinâmico da estrutura como um todo.

8.1.1 Subestruturação Dinâmica

Para reduzir o tamanho do problema a ser resolvido e consequentemente o tempo computacional de uma análise transiente, realiza-se previamente uma análise de subestruturação, também conhecida como condensação dinâmica. Basicamente, as matrizes do sistema são reduzidas para se ter uma menor quantidade de **GDL** e o modelo reduzido chamamos de superelemento. Para um sistema sem amortecimento, a subestrutura é definida por uma matriz de rigidez e uma matriz de massa, conforme

$$[M] \{\ddot{u}\} + [K] \{u\} = \{F\} \quad (8.1)$$

Particionando a equação matricial em **GDL** internos e **GDL** de interface, tem-se

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} F_m \\ F_s \end{Bmatrix}, [M] = \begin{bmatrix} M_{mm} & M_{ms} \\ M_{sm} & M_{ss} \end{bmatrix}, [K] = \begin{bmatrix} K_{mm} & K_{ms} \\ K_{sm} & K_{ss} \end{bmatrix} \quad (8.2)$$

sendo o subíndice **m** referente aos **GDL** de interface, ou nós *masters*, e o subíndice **s** referente aos **GDL** restantes da estrutura.

O vetor deslocamento (u) pode ser representado em termos da componente de coordenadas generalizadas, conforme

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} u_m \\ u_s \end{Bmatrix} \quad (8.3)$$

Resolvendo a equação matricial (8.2) de forma a encontrar $\{u_s\}$, tem-se

$$\{u_s\} = K_{ss}^{-1} \{F_s\} - K_{ss}^{-1} K_{sm} \{u_m\} \quad (8.4)$$

Substituindo o termo $\{u_s\}$ na equação matricial (8.2), calculado conforme a equação (8.4) tem-se

$$[K_{mm} - K_{ms} K_{ss}^{-1} K_{sm}] \{u_m\} = \{F_m\} - K_{ms} K_{ss}^{-1} \{F_s\} \quad (8.5)$$

que pode ser reescrita conforme

$$[\hat{M}] \{\ddot{\hat{u}}\} + [\hat{K}] \{\hat{u}\} = \{\hat{F}\} \quad (8.6)$$

sendo \hat{M} e \hat{K} as matrizes de massa e rigidez do superelemento, respectivamente e \hat{u} e \hat{F} os vetores de deslocamento e de força, respetivamente. Estes termos podem ser escritos conforme

$$\hat{M} = M_{mm} - K_{ms} K_{ss}^{-1} M_{sm} - M_{ms} K_{ss}^{-1} K_{sm} + K_{ms} K_{ss}^{-1} M_{ss} K_{ss}^{-1} K_{sm} \quad (8.7)$$

$$\hat{K} = K_{mm} - K_{ms} K_{ss}^{-1} K_{sm} \quad (8.8)$$

$$\{\hat{F}\} = \{\hat{F}_m\} - K_{ms}K_{ss}^{-1}\{\hat{F}_s\} \quad (8.9)$$

$$\{\hat{u}\} = \{u_m\} \quad (8.10)$$

Resolve-se o problema dinâmico para o superelemento, encontrando os valores de $\{u_m\}$ e para o cálculo das tensões faz-se a substituição desses deslocamentos na equação (8.4), determinando então os deslocamentos de todos os **GDL** do modelo original completo.

8.1.2 Programa AVL Excite *Power Unit*

A Análise dinâmica multicorpos

Em um sistema multicorpos, há componentes com diferentes características de movimento. Basicamente, movimentos de translação e rotação podem ser distinguidos. Existem corpos com movimento global exclusivo de translação, como o caso dos pistões, corpos que possuem somente movimento global rotativo, como o virabrequim, e há corpos que possuem ambos os tipos de movimento, como é o caso das bielas. Existem ainda corpos que não possuem movimento global, como é o caso do bloco do motor.

Portanto, existem dois tipos de movimento que devem ser considerados no modelo matemático, sendo um deles o equacionamento do fenômeno vibratório dos componentes (pequenos deslocamentos) e o outro o equacionamento do movimentos globais dos corpos (grandes deslocamentos). O modelamento matemático do programa **AVL Excite** é baseado na equação do momento de Newton e na equação do momento angular de Euler. O equacionamento implementado no programa está disponível na referência (AVL, 2011B).

B Formulação dos contatos (juntas) não lineares

O tipo de junta utilizada neste trabalho, que corresponde à opção mais simples para a conexão entre dois corpos, é do tipo mola-amortecedor. As incógnitas de força e momento em cada conexão são calculadas conforme

$$f = k_{junta}\Delta x + c_{junta}\Delta \dot{x} \quad (8.11)$$

sendo Δx e $\Delta \dot{x}$ o deslocamento entre os nós conectados e sua derivada, respectivamente. Para o caso de juntas não lineares, os coeficientes de rigidez (k_{junta}) e de amortecimento (c_{junta}) são determinados através das equações

$$k_{junta} = k_0 \left(\frac{k_f}{k_0} \right)^{\left| \frac{\Delta x}{x_f} \right|} \quad (8.12)$$

$$c_{junta} = c_0 \left(\frac{c_f}{c_0} \right)^{\left| \frac{\Delta x}{x_f} \right|} \quad (8.13)$$

sendo x_f a folga máxima do acoplamento entre os corpos.

Os parâmetros de rigidez e amortecimento devem ser definidos de tal forma a representar o comportamento de um mancal hidrodinâmico. Para mancais principais, interface entre o virabrequim e o mancal do bloco, os parâmetros podem ser estimados a partir da seguinte equação, conforme recomendação da referência (AVL, 2011B).

$$\begin{aligned} k_f &= \frac{P_{max} L_j D_j}{x_f N_s} \quad [N/mm] \\ k_0 &\approx k_f \cdot 10^{-2} \quad [N/mm] \\ c_f &\approx k_f \cdot 10^{-4} \quad [N \cdot s/mm] \\ c_0 &\approx c_f \cdot 10^{-1} \quad [N \cdot s/mm] \end{aligned} \quad (8.14)$$

sendo L_j , D_j e N_s o comprimento, o diâmetro e o número de nós centrais do mancal, respectivamente. O termo P_{max} corresponde à pressão máxima aproximada exercida pelo filme de óleo, aproximadamente igual a $40 [N/mm^2]$ para mancais principais, conforme indicado na referência

(AVL, 2011B).

A folga máxima pode ser aproximada como sendo

$$x_f = D_j 0,5 \cdot 10^{-3} \quad (8.15)$$

.

C Amortecimento

O amortecimento da estrutura, uma vez não incluído na condensação, foi considerado neste trabalho conforme a curva de Rayleigh mostrada na Figura 8.2. O fator de amortecimento de Rayleigh é calculado conforme

$$\xi = \frac{a + b\omega^2}{2\omega} \quad (8.16)$$

sendo a e b os fatores de multiplicação calculados para as matrizes de massa e rigidez, respectivamente, e $\omega = 2\pi f$.

De acordo com a referência (AVL, 2011B), para traçar a curva de Rayleigh, os pares de valores de ω e ξ recomendados para virabrequins são a primeira frequência natural com $\xi = 0,03$ e 1000 Hz com $\xi = 0,05$. O estudo experimental realizado por (RODRIGUES *et al.*, 2011) mostrou que a resposta dinâmica do virabrequim é pouco sensível à variação do amortecimento de Rayleigh. Baseado neste estudo, nas análises transientes deste trabalho foi considerada a curva de Rayleigh da Figura 8.2.

D Condições de Contorno

As condições de contorno do problema de análise dinâmica transiente consiste basicamente na aplicação dos esforços e das restrições nos nós de interface do virabrequim. A Figura 8.3 apresenta o procedimento para criação dos nós *masters* de interface nos mancais do virabrequim, con-

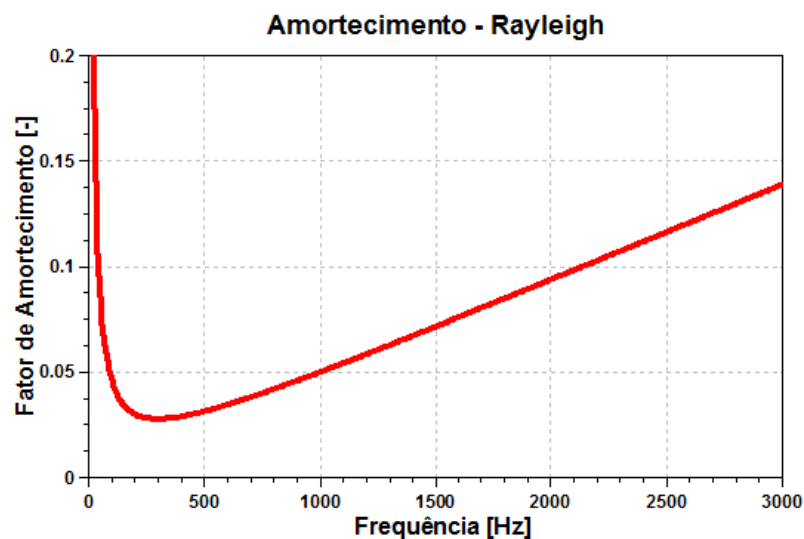


Figura 8.2: Amortecimento de Rayleigh.

forme recomendação da **AVL**, de forma a representar o esforço aplicado pelas bielas e pelas reações do bloco do motor. Recomenda-se a utilização de pelo menos três nós *masters* em cada mancal, os quais devem ser conectados ao nós da malha por meio de elementos rígidos considerando até dois terços do diâmetro do mancal.

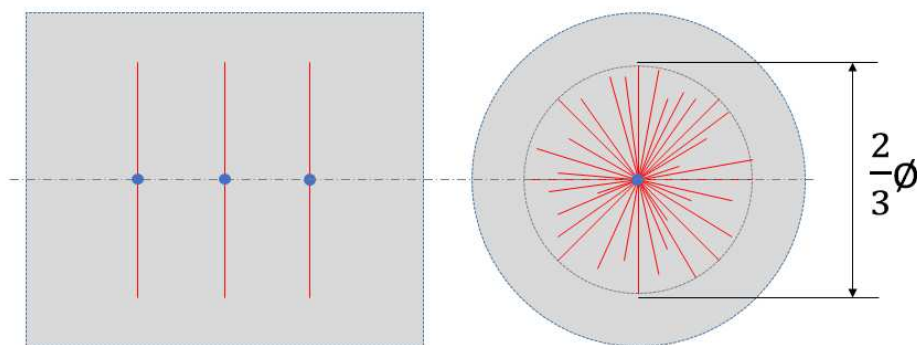


Figura 8.3: Modelagem dos nós de interface através de elementos rígidos.

8.2 Resultados

A seguir serão apresentados os resultados das análises dinâmicas transientes obtidas para ambos os casos estudados nos capítulos anteriores, o motor de dez cilindros em V e o motor de seis cilindros em linha. Uma análise completa deve considerar um ciclo completo do motor em funcionamento, ou seja, duas revoluções do virabrequim (720°). Em ambos os casos, as análises foram executadas considerando seis ciclos completos do motor, ou seja, doze giros do virabrequim que correspondem a 4.320° de deslocamento angular. Os resultados apresentados correspondem à condição de regime permanente com velocidade angular estável, referente ao último ciclo analisado.

8.2.1 Motor de 10 Cilindros em V

A malha de elementos finitos gerada para o virabrequim do motor de 10 cilindros em V está apresentada na Figura 8.4. Foram utilizados elementos tetraédricos de segunda ordem, totalizando 249.258 elementos e 432.906 nós. A Figura 8.5 mostra os elementos rígidos e os nós de interface (nós *masters*) utilizados para a condensação dinâmica. Foram utilizados 3 nós masters em cada mancal, ligados aos nós da malha distantes em até dois terços do diâmetro do mancal, conforme recomendação da **AVL**.

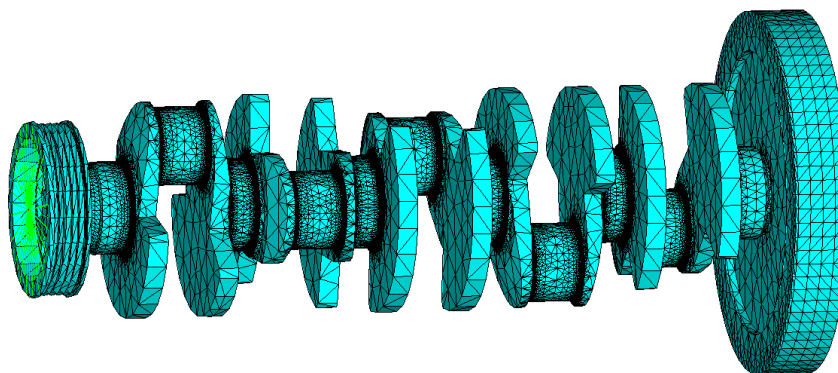


Figura 8.4: Malha de elementos finitos tetraédrica gerada para o virabrequim V10.

O modelo do motor de 10 cilindros em V gerado no programa **AVL Excite** está apresentado na Figura 8.6. Foram considerados apenas dois corpos, sendo o virabrequim flexível e o bloco do

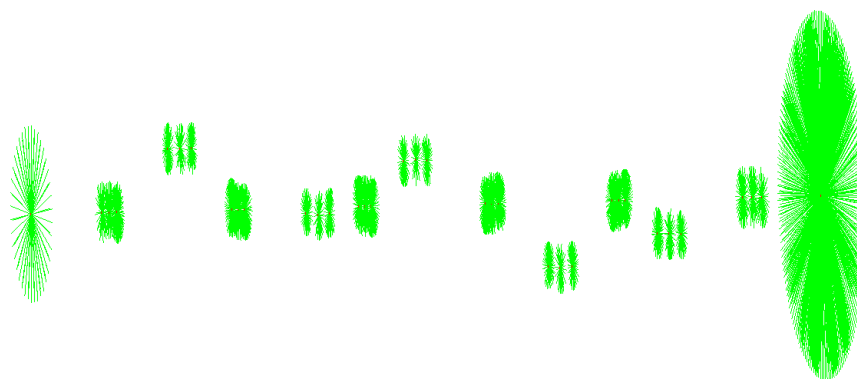


Figura 8.5: Nós de interface e elementos rígidos incluídos no modelo do virabrequim V10.

motor rígido, este último representado apenas pelos 18 nós de interface com o munhão. Na interface entre os corpos foram incluídas juntas não lineares. Os esforços de combustão e de inércia do pistão e das bielas foram aplicados diretamente nos nós *masters* dos moentes e o torque médio de reação foi aplicado no nó master conectado aos nós do volante de inércia.

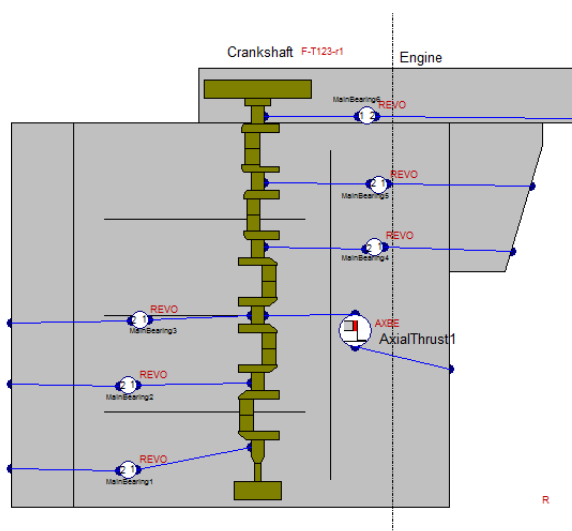


Figura 8.6: Motor V10 modelado no programa **AVL Excite Power Unit**.

As propriedades das juntas não lineares utilizadas no modelo do motor V10 estão apresentadas na Figura 8.7, calculadas conforme equacionamento apresentado na Seção B.

Os gráficos de tensões equivalentes de von Mises no virabrequim V10, para as três condições críticas de projeto, estão mostrados nas Figuras 8.8 à 8.10. As máximas tensões equivalentes obtidas

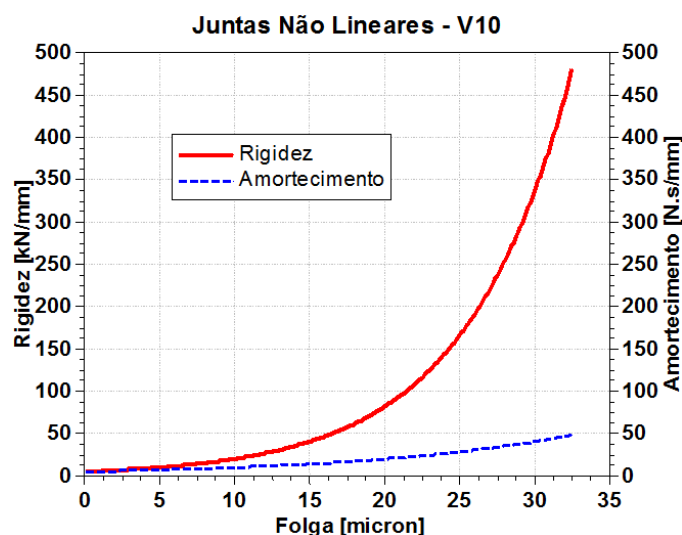


Figura 8.7: Propriedades calculadas para as juntas de revolução não lineares utilizadas no modelo do motor V10.

para as condições de máximo torque (6500 rpm), máxima potência (8000 rpm) e máxima rotação (8700 rpm) foram 486 MPa, 561 MPa e 656 MPa, respectivamente. Nos três casos, a máxima tensão ocorreu na região do raio de concordância entre o último moente e o respectivo braço de manivela.

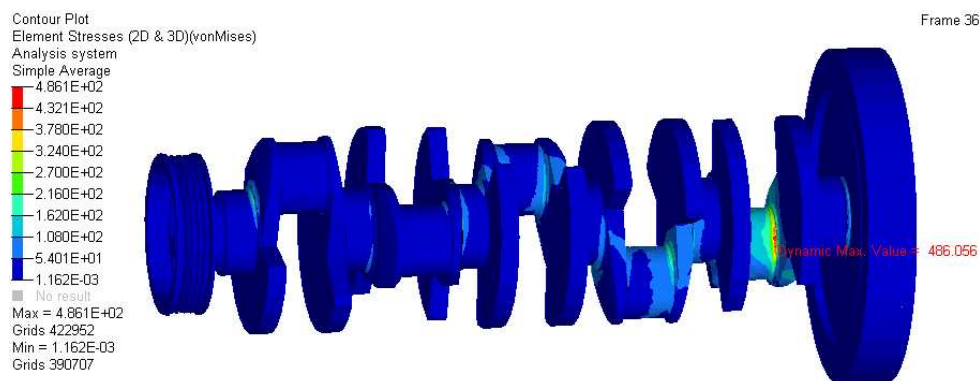


Figura 8.8: Tensão equivalente de von Mises no virabrequim V10 para o ângulo crítico a 6500 rpm.

Com o intuito de avaliar a influência dos parâmetros de rigidez e amortecimento das juntas não lineares, foi realizada uma análise de sensibilidade variando-se estes parâmetros para a condição de máxima rotação. As Figuras 8.11 e 8.12 apresentam os gráficos de tensões equivalentes para o virabrequim do motor V10 com juntas de alta e baixa rigidez, respectivamente. Nestes casos, os coeficientes de rigidez de todas as juntas foram multiplicados ou divididos por um fator de 10.

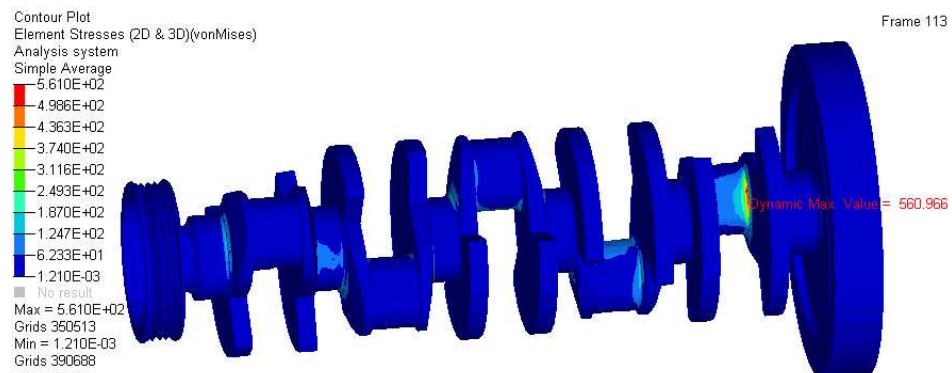


Figura 8.9: Tensão equivalente de von Mises no virabrequim V10 para o ângulo crítico a 8000 rpm.

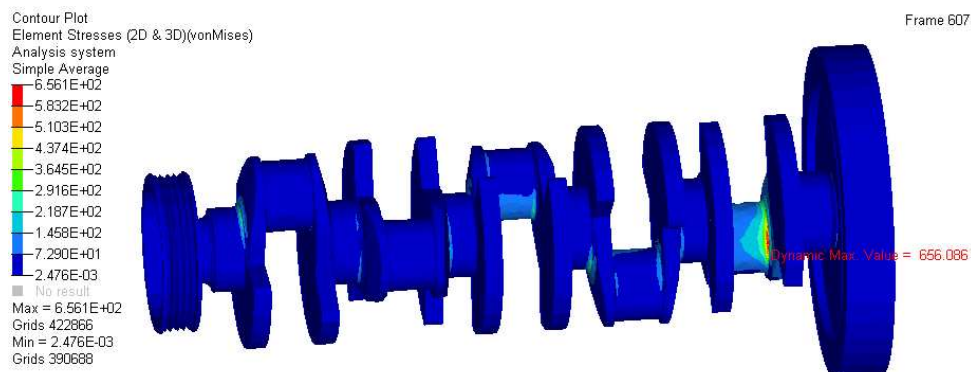


Figura 8.10: Tensão equivalente de von Mises no virabrequim V10 para o ângulo crítico a 8700 rpm.

Para o caso de alta rigidez, a tensão encontrada foi de 671 MPa, 2,3% maior do que a encontrada no modelo original, e para o caso de baixa rigidez, a tensão equivalente máxima foi de 520 MPa, representando uma redução de 21% em relação ao modelo original.

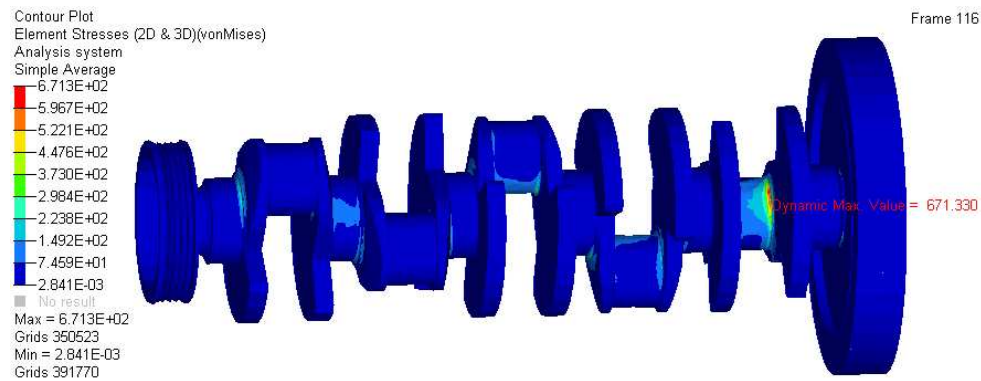


Figura 8.11: Tensão equivalente de von Mises no virabrequim V10 para o ângulo crítico a 8700 rpm com juntas de alta rigidez.

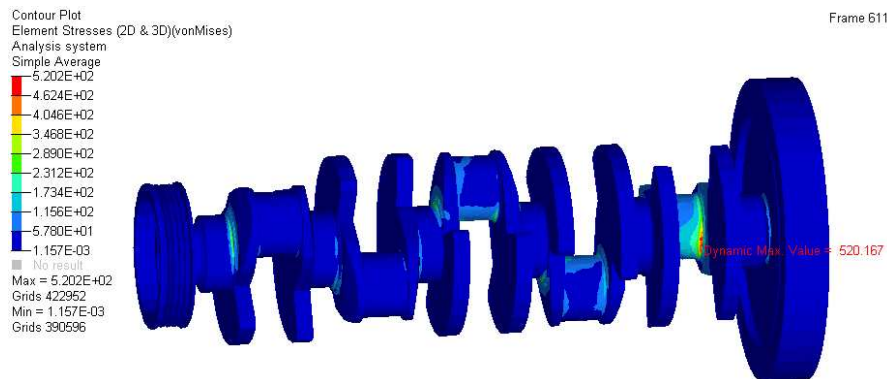


Figura 8.12: Tensão equivalente de von Mises no virabrequim V10 para o ângulo crítico a 8700 rpm com juntas de baixa rigidez.

Mantendo-se a rigidez conforme o modelo original, variou-se os coeficientes de amortecimento das juntas pelo mesmo fator de 10, também para a condição de máxima rotação a 8700 rpm. Conforme mostrado nas Figuras 8.13 e 8.14, os valores de tensões equivalentes obtidos para os casos de amortecimento elevado e reduzido foram de 492 MPa (−25%) e 725 MPa (+10%), respectivamente.

A Tabela 8.1 resume os valores de tensões equivalentes máximas obtidas para o virabrequim do motor de 10 cilindros em V e a Tabela 8.2 apresenta os valores de tensões equivalentes para a

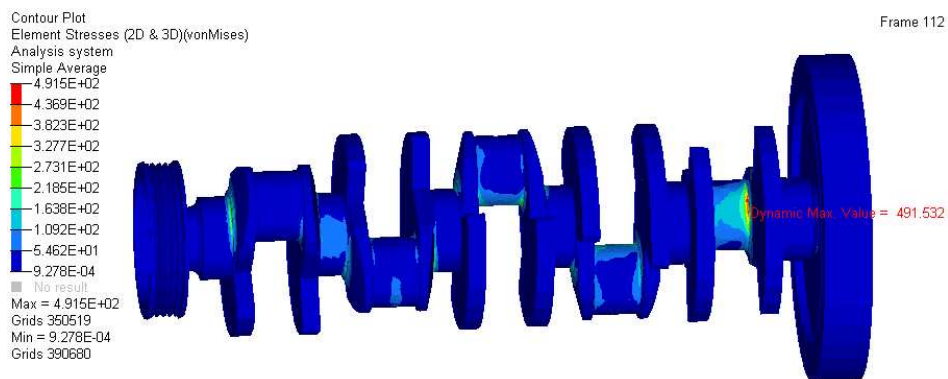


Figura 8.13: Tensão equivalente de von Mises no virabrequim V10 para o ângulo crítico a 8700 rpm com juntas de alto amortecimento.

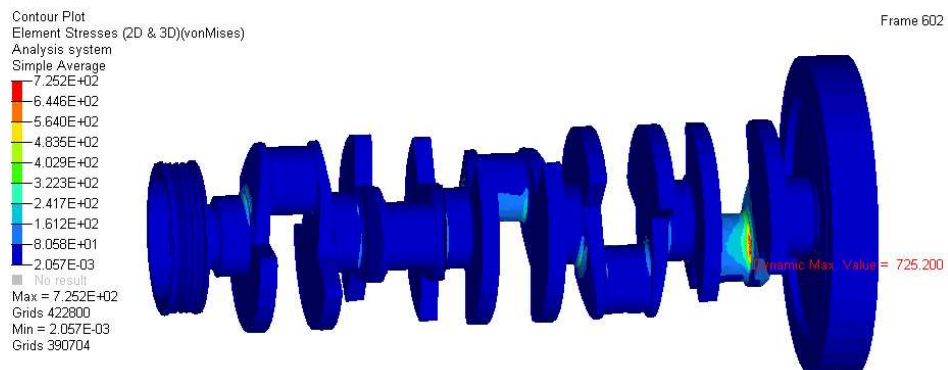


Figura 8.14: Tensão equivalente de von Mises no virabrequim V10 para o ângulo crítico a 8700 rpm com juntas de baixo amortecimento.

análise de sensibilidade dos parâmetros das juntas. Verifica-se a importância da correta especificação dos coeficientes de rigidez e amortecimento, pois ambos têm grande influência nos resultados de tensões.

Tabela 8.1: Valores máximos de tensão de von Mises para o modelo flexível do virabrequim V10.

Máxima Tensão von Mises [MPa]		
Máx. Torque (6500 rpm)	Máx. Potência (8000 rpm)	Máx. Rotação (8700 rpm)
486	561	656

Tabela 8.2: Valores máximos de tensão de von Mises para o estudo de sensibilidade dos parâmetros das juntas não lineares na condição de máxima rotação.

Parâmetros das Juntas	Máx. Tensão von Mises [MPa]	desv. [%]
Rigidez e Amortecimento Originais	656	-
Juntas com Alta Rigidez	671	+2
Juntas com Baixa Rigidez	520	-21
Juntas com Alto Amortecimento	492	-25
Juntas com Baixo Amortecimento	725	-11

A Tabela 8.3 apresenta uma comparação dos resultados de tensões equivalentes máximas no virabrequim de 10 cilindros calculadas pelo modelo flexível apresentado neste capítulo e pelo modelo analítico apresentado no Capítulo 7. Os resultados do modelo analítico estão apresentados para os três casos estudados de diferentes condições de contorno torcionais, considerando o sistema original sem absorvedor de vibrações.

Tabela 8.3: Comparação dos valores de tensões equivalentes máximas calculadas pelos modelos flexível transiente e analítico para o virabrequim V10.

Modelo	Tensões Equivalentes Máximas [MPa]		
	Máx Torque	Máx Potência	Máx Rotação
Flexível	486	561	656
Analítico - Caso A	960	665	739
	+98%	+19%	+13%
Analítico - Caso B	365	353	361
	-25%	-37%	-45%
Analítico - Caso C	489	410	405
	+1%	-27%	-38%

Pode-se observar que os resultados do modelo analítico para o Caso C apresentaram a melhor correlação com os resultados obtidos pelo modelo flexível, com o maior desvio sendo de 38% na

condição de máxima rotação. Ainda para o Caso C, na condição de máximo torque as tensões obtidas em ambos os modelos foram praticamente iguais e na condição de máxima potência, o desvio foi de 27%. Observa-se que o Caso A se correlaciona melhor com o modelo flexível para rotações mais altas enquanto o Caso C tem melhor correlação em baixas rotações.

8.2.2 Motor de 6 Cilindros em Linha

A malha de elementos finitos gerada para o virabrequim do motor de 6 cilindros em linha está apresentada na Figura 8.15. Foram utilizados elementos tetraédricos de segunda ordem, totalizando 696.375 elementos e 1.113.693 nós. A Figura 8.16 mostra os elementos rígidos e os nós de interface (nós *masters*) utilizados para a condensação dinâmica. Neste caso também foram utilizados 3 nós masters em cada mancal.

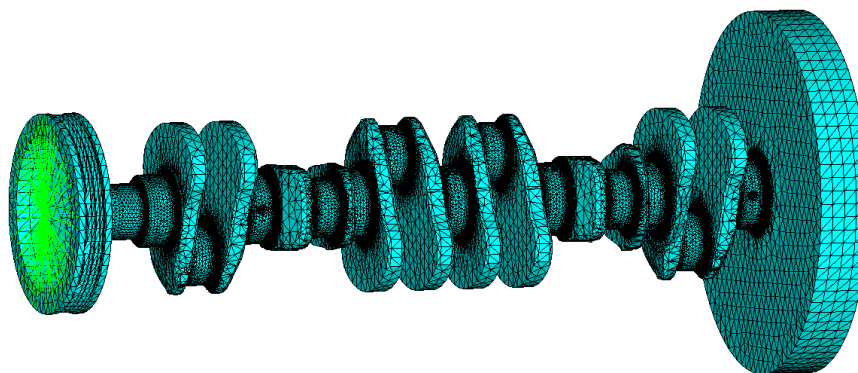


Figura 8.15: Malha de elementos finitos tetraédrica gerada para o virabrequim 6 cilindros.

O modelo do motor de 6 cilindros em linha gerado no programa **AVL Excite** está apresentado na Figura 8.17. Assim como no caso anterior, foram também considerados apenas dois corpos, sendo o virabrequim flexível e o bloco do motor rígido, e na interface entre os corpos foram incluídas juntas não lineares. Neste caso, o bloco foi representado pelos 21 nós da interface com os mulhões do virabrequim. As condições de contorno são análogas às do caso apresentado anteriormente e as propriedades das juntas não lineares utilizadas neste modelo do motor de 6 cilindros estão apresentadas na Figura 8.18, também calculadas conforme equacionamento apresentado na Seção B.

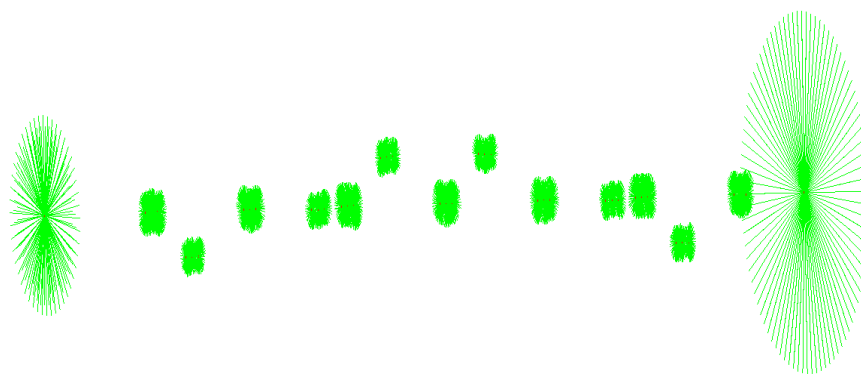


Figura 8.16: Nós de interface e elementos rígidos incluídos no modelo do virabrequim 6 cilindros.

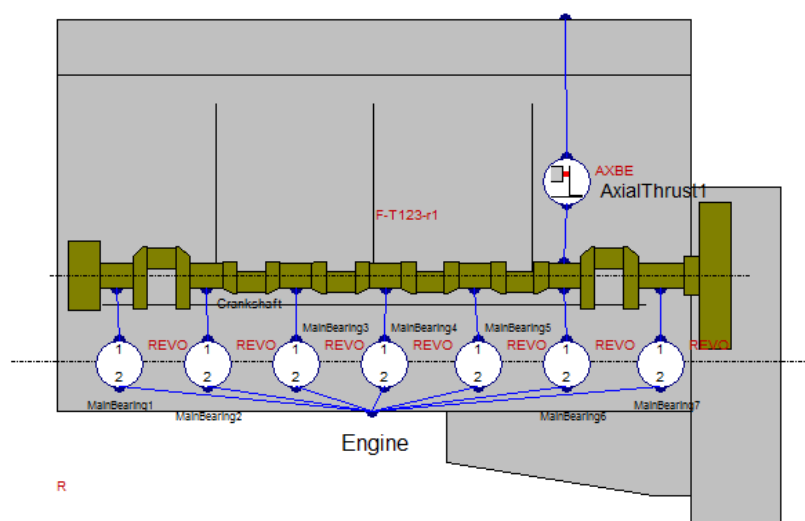


Figura 8.17: Motor 6 cilindros modelado no programa **AVL Excite Power Unit**.

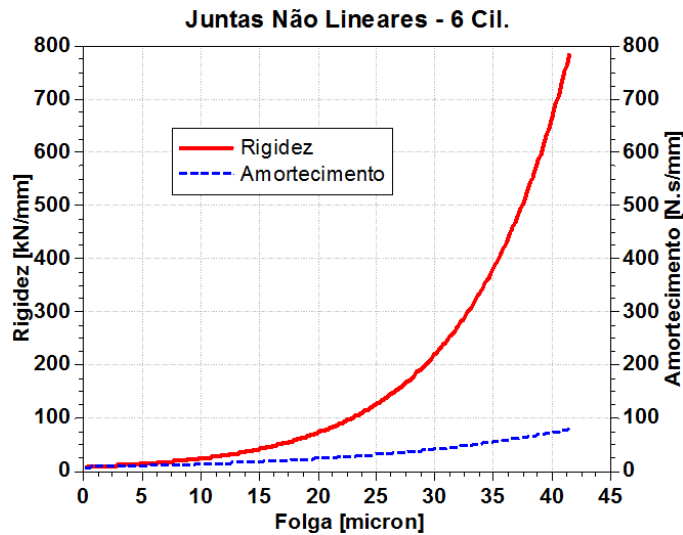


Figura 8.18: Propriedades calculadas para as juntas de revolução não lineares utilizadas no modelo do motor 6 cilindros.

As gráficos de tensões equivalentes de von Mises no virabrequim 6 cilindros, para as três condições críticas de projeto, estão mostrados nas Figuras 8.19 a 8.21. As máximas tensões equivalentes obtidas para as condições de máximo torque (1600 rpm), máxima potência (2600 rpm) e máxima rotação (3200 rpm) foram 332 MPa, 413 MPa e 613 MPa, respectivamente. Nos casos de máxima potência e máxima rotação, a máxima tensão ocorreu na região do raio de concordância entre o último moente e o respectivo braço de manivela, enquanto que para o caso de máximo torque, a região mais crítica ocorreu no raio de concordância entre o último munhão e o respectivo braço de manivela.

A Tabela 8.1 resume os valores de tensões equivalentes máximas obtidas para o virabrequim do motor de 6 cilindros em linha.

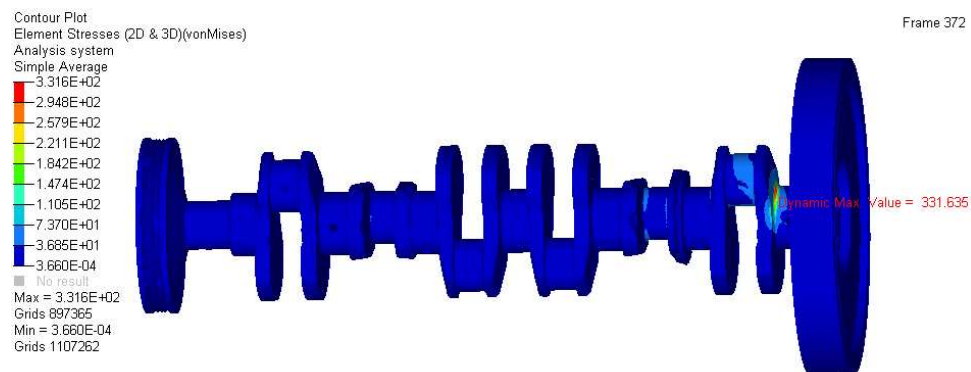


Figura 8.19: Tensão equivalente de von Mises no virabrequim 6 cilindros para o ângulo crítico a 1600 rpm.

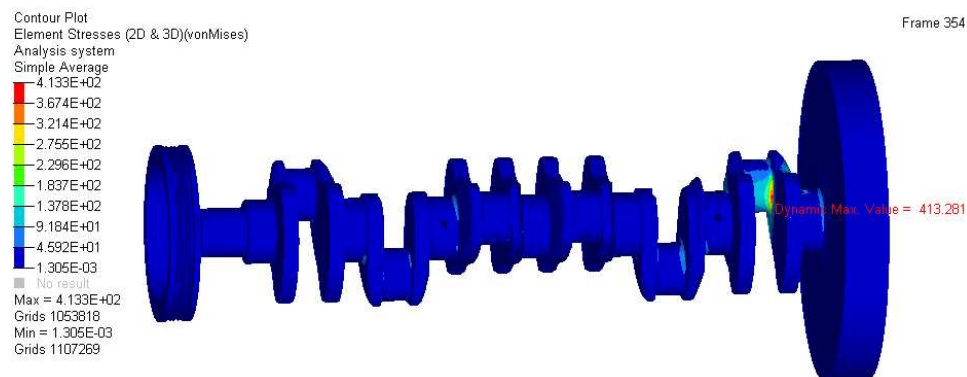


Figura 8.20: Tensão equivalente de von Mises no virabrequim 6 cilindros para o ângulo crítico a 2600 rpm.

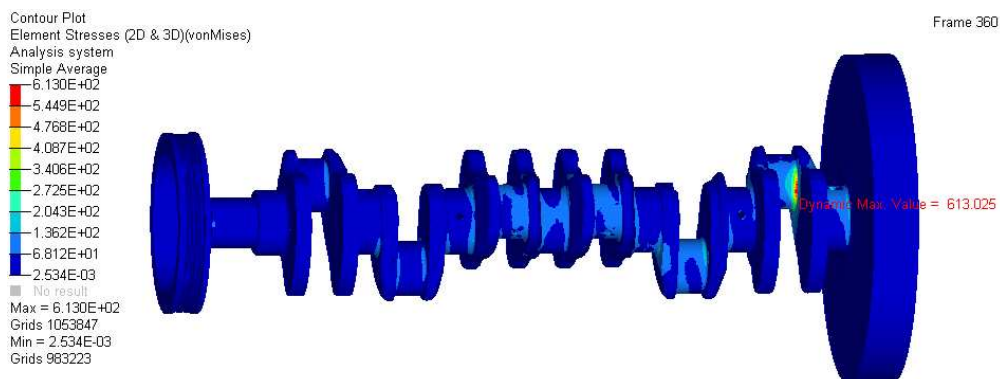


Figura 8.21: Tensão equivalente de von Mises no virabrequim 6 cilindros para o ângulo crítico a 3200 rpm.

Tabela 8.4: Valores máximos de tensão de von Mises para o modelo flexível do virabrequim 6 cilindros.

Máxima Tensão von Mises [MPa]		
Máx. Torque (1600 rpm)	Máx. Potência (2600 rpm)	Máx. Rotação (3200 rpm)
332	413	613

A Tabela 8.5 apresenta uma comparação dos resultados de tensões equivalentes máximas no virabrequim de 6 cilindros calculadas pelo modelo flexível apresentado neste capítulo e pelo modelo analítico apresentado no Capítulo 7. Os resultados do modelo analítico estão apresentados para os três casos estudados de diferentes condições de contorno torcionais, considerando o sistema original sem absorvedor de vibrações.

Os resultados do modelo analítico para os Casos B e C apresentaram a melhor correlação com os resultados obtidos pelo modelo flexível. Para o Caso B, o maior desvio foi de 51% na condição de máxima rotação e apenas 1% na condição de máximo torque. Para Caso C, o maior desvio foi de 32% na condição de máxima rotação.

Tabela 8.5: Comparação dos valores de tensões equivalentes máximas calculadas pelos modelos flexível transiente e analítico para o virabrequim de 6 cilindros.

Modelo	Tensões Equivalentes Máximas [MPa]		
	Máx Torque	Máx Potência	Máx Rotação
Flexível	332	413	613
Analítico - Caso A	866	931	1002
	+161%	+125%	+63%
Analítico - Caso B	336	319	3299
	+1%	-23%	-51%
Analítico - Caso C	398	341	416
	+20%	-17%	-32%

9 Conclusões Finais

De acordo com os resultados obtidos, pode-se dizer que os objetivos deste trabalho foram atingidos. O programa computacional **CrankLab** foi implementado com sucesso e os resultados puderam ser comparados com os outros modelos estudados.

Os resultados do modelo flexível de análise modal numérica foram bastante correlatos com os obtidos experimentalmente, com erros menores do que 5% nos valores de frequências naturais encontrados. Os modelo numérico torcional analítico também apresentou uma excelente correlação com o modelo flexível, com erros menores do que 3%.

Os esforços calculados pelos métodos **Tradicional** e **Newton-Euler** mostraram uma boa correlação, sendo também muito bem correlacionados com os esforços calculados pelo programa **AVL Excite**. Os resultados de amplitudes de vibração torcional calculados analiticamente mostraram também uma ótima correlação com os resultados obtidos pelo pacote da **AVL**. A análise dos casos utilizando os diversos tipos de absorvedores de vibração torcional puderam dar uma boa idéia de como influenciam no sistema, reduzindo as amplitudes de vibração torcional e consequentemente os níveis de tensão no virabrequim na maioria dos casos estudados.

Os resultados da análise estrutural pelo modelo analítico mostraram que a atenuação das vibrações torcionais são fundamentais para o caso estudado, uma vez que influenciam diretamente nos níveis de tensões e resistência à fadiga do virabrequim. Os coeficientes de segurança encontrados sugerem o uso de absorvedores de vibrações torcionais para adequação do projeto, tomando-se o cuidado de escolher o tipo correto e calcular corretamente os parâmetros para o mesmo.

Os resultados de tensões obtidos pelo modelo flexível de dinâmica transiente apresentaram uma boa correlação com os resultados do modelo analítico. Os valores apresentaram uma mesma ordem e grandeza e, para o virabrequim de 10 cilindros em V, os desvios foram de 1% a 20% para um dos tipos de condições de contorco testados. Para o virabrequim de 6 cilindros em linha, o desvio máximo foi de 32%. Em ambos os casos, a maior discrepância ocorreu para a condição de máxima rotação. Estes erros são aceitáveis, considerando o fato de que o esforço computacional e o tempo de preparação dos modelos no **CrankLab** foram da ordem de apenas 10% do total

dispendiado na preparação e execução dos modelos flexíveis no programa **AVL Excite**.

De modo geral, os objetivos do trabalho foram alcançados, já que o programa de cálculos analíticos foi implementado com sucesso e os valores puderam ser comparados com modelos flexíveis, obtendo-se valores de mesma ordem de grandeza. A aplicação de absorvedores de vibração torcional no modelo analítico mostrou a importância do uso deste tipo de componente em um **MCI** e a análise modal experimental apontou valores de frequências naturais muito próximas das obtidas pelos modelos analítico e flexível.

Com a implementação do programa CrankLab, pôde-se reunir em uma mesma ferramenta diversos tópicos envolvidos no projeto de um virabrequim, sendo eles o cálculo dos esforços dinâmicos no sistema pistão-biela-manivela, a análise de vibrações torcionais e o cálculo estrutural envolvendo coeficientes de segurança de fadiga.

10 Sugestões para Trabalhos Futuros

Como sugestão de trabalhos futuros para dar continuidade ao tema desta dissertação estão a análise dinâmica transiente flexível de modelos com absorvedores de vibração torcional dos tipos sintonizado e viscoso, a fim de comparar os picos de frequências das ordens harmônicas para toda a faixa de rotações. Uma análise de sensibilidade de malha também seria interessante, para se ter idéia do grau de refinamento necessário nas regiões críticas do virabrequim, como os furos de lubrificação e os raios de concordância. Além disso, um trabalho relevante para completar e validar os tópicos abordados seria a realização de testes experimentais para mensurar as vibrações torcionais, conforme realizado por (MENDES, 2005), e os níveis de tensões em regiões críticas da peça através de extensômetros.

Como continuidade direta deste trabalho, de forma a agregar mais valor e facilitar o uso da ferramenta **CrankLab**, fica como sugestão a criação de uma interface gráfica, conforme já iniciada em uma primeira versão desenvolvida no próprio ambiente **Matlab**[®] e apresentada na referência (VILLALVA, 2007). Outra alternativa seria a transferência do código para uma outra linguagem computacional mais robusta, como alternativa ao **Matlab**[®], de modo a facilitar a criação de um aplicativo independente que pudesse ser executado em qualquer computador.

Fica como sugestão de continuidade também a implementação de outros critérios de fadiga para cálculo dos fatores de segurança no modelo analítico, assim como a aplicação dos critérios multiaxiais estudados por (MINUCCI, 2010) para análises transiente flexível.

Um outro tópico de grande importância seria o estudo das vibrações de flexão no virabrequim, tendo em vista que com a crescente necessidade de redução dos níveis de emissões, uma consequência direta é o aumento das pressões nos cilindros. As altas pressões utilizadas nos motores atuais já se mostram capazes de excitar o virabrequim com amplitudes razoáveis, devendo esse fenômeno de vibração flexional ser investigado e considerado durante o projeto do componente, uma vez que ainda não existem alternativas comerciais para absorver este tipo de vibração. Uma tendência relacionada à redução dos níveis de emissões é o desligamento de cilindros do motor durante diferentes regimes de operação dos **MCI**. Fica como sugestão análises de casos sob tais regimes considerando o desligamento de alguns cilindros, avaliando os efeitos dinâmicos e o possível

aumento das solicitações no virabrequim.

Atualmente há inúmeras ferramentas de simulação disponíveis, sendo o peso computacional um fator limitante para uma análise dinâmica completa de um virabrequim, com níveis de detalhamento e refinamento elevados. É provável que conforme a capacidade computacional aumenta, os modelos analíticos abordados neste trabalho sejam cada vez menos aplicados na indústria, uma vez que a qualidade dos resultados provenientes de modelos analisados pelo **MEF** tende a melhorar, assim como o tempo de cálculo tende a ser reduzido. Esta sofisticação crescente das ferramentas de cálculos sugere a realização de muitos trabalhos de cálculo estrutural e dinâmico de virabrequins, incluindo efeitos de tensão residual, não linearidades de juntas, análises de lubrificação, análises acústicas e de ruído, otimização estrutural e etc.

REFERÊNCIAS

AVL Excite Designer, Theory. AVL LIST GmbH, 2011a.

EXCITE Power Unit v2011.2 User's Guide. AVL LIST GmbH, 2011b.

Ansys Release 14.0 - Theory Manual. Ansys Inc., 2012.

AUDI. **AUDI R8 2008-2010. Quick Reference Specification Book.** AUDI of America, 2010.

AUTOWORLD. Audi r8 5.2 fsi quattro. 2012. [Online; accessed 10-July-2012].

URL: <http://blog.autoworld.com.my/index.php/2009/02/10/audi-r8-52-fsi-quattro/>

BRAIN, M. How Stuff Works: how car engines work. 2013. [Online; accessed 15-May-2013].

URL: <http://auto.howstuffworks.com/engine2.htm/>

BREMER, R.C. A practical treatise on engine crankshaft torsional vibration control. **Society of Automotive Engineers, Inc**, June 1979.

BRUNETTI, F. **Motores de Combustão Interna**, vol. 1 e 2. Editora Blucher, São Paulo, 3^a ed., Dezembro 2012.

CHALLEN, B. e BARANESCU, R. **Diesel Engine Reference Book, Second Edition.** Butterworth-Heinemann, Oxford, 1999.

DING, Y. e XIAOBO, L. Crankshaft strength analysis of a diesel engine using finite element

method. **Power and Energy Engineering Conference (Asia-Pacific)**, 2011.

EBERHARD, A. Effect of design parameters on the stress distribution in crankthrows with longitudinal crankpin and main journal bores. **MTZ** **34**, páginas 205–210 e 303–307, 1973.

EWINS, D.J. **Modal Testing: Theory and Practice**. RSP, Tauton, 1995.

FERREIRA, P. H. R. **Projeto e Otimização de Árvores de Manivelas**. 2008. Dissertação de mestrado. Universidade de São Paulo, São Paulo.

FLUIDAMPR, T. Why use fluidampr's harmonic fluid damper? 2012. [Online; accessed 06-March2012].

URL: <http://fluid-damper.com/7-about-fluidampr.html>

FONSECA, M. L. **Procedimento Metodológico para o Projeto de Virabrequins**. 2003. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

HEYWOOD, J.B. **Internal Combustion Engine Fundamentals**. McGraw-Hill, Inc, New York, 1988.

KANG, Y.; SHEEN, G.J.; TSENG, M.H.; TU, S.H. e CHIANG, H.W. Modal analyses and experiments for engine crankshafts. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 214, nº 3, 413–430, July 1998.

MARTYR, A. e PLINT, M. **Engine Testing**. Elsevier, Oxford, 3rd ed., Dezembro 2007.

MENDES, A. L. **Desenvolvimento e validação de metodologia para análise de vibrações torcionais em motores de combustão interna**. 2005. Dissertação de mestrado. Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

MENDES, A.S.; RAMINELLI, L.F. e GOMEZ, M.P. Structural dimensioning of a crankshaft for a high power diesel engine. **Society of Automotive Engineers, Inc**, páginas 1–13, 2003.

MINEX. Tellurium in steel making. Relatório técnico, MINEX, 2012.

MINUCCI, F.R. **Fadiga Multiaxial Aplicada á Avaliação da Vida de Virabrequins**. 2010. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas.

NESTORIDES, E.J. **A Handbook on Torsional Vibration**. Cambridge University Press, 1958.

NEVES, G. F. G. S. **Análise Cinemática, Dinâmica, de Vibração e de Tensão em Motores de Combustão Interna com Virabrequim e Bielas Flexíveis**. 2010. Dissertação de mestrado. Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

NORTON, R.L. **Projeto de Máquinas**. Artmed, Porto Alegre, 2 ed., 2004.

RODRIGUES, A.; SILVA, R.L.; CRUZ, R.; DIAS, M. e VILLALVA, S.G. Experimental and numerical modal analysis of 6 cylinders diesel crankshaft. **SAE Brasil 2011 International Congress**, October 2011.

SANTOS, I. **Dinâmica de Sistemas Mecânicos - Modelagem - Simulação - Visualização - Verificação**. Makron, São Paulo, 2001.

SHIGLEY, J.E.; MISCHKE, C.R. e BUDYNAS, R.G. **Mechanical engineering design**. McGraw Hill, New York, 7 ed., 2004.

SOUZA, G. **Simulação Termodinâmica de Motores Diesel utilizando Óleo Diesel e Biodiesel para Verificação dos Parâmetros de Desempenho e Emissões**. Março 2009. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

THYSSENKRUPP, G. **Motor Vehicle Crankshafts: design, engineering and manufacture**. Verlag, Landsberg/Lech Germany, 2nd ed., September 2005.

TRACKLAB. Silicone dampers for heavy duty diesel engines. 2012. [Online; accessed 06-March2012].

URL: http://www.tracklab.biz/DieselPerformance/Dampers/Vibratech_MAIN.html

VILLALVA, S.G. Análise dinâmica e análise de fadiga em árvores de manivelas de motores de combustão interna. Trabalho de Graduação, Dezembro 2007.

VILLALVA, S.G. e FERRACINI, E.G. Correlation between cae and experimental fatigue bench tests for automotive crankshafts. **SAE Brasil 2010 International Congress**, October 2010.

VILLALVA, S.G.; SILVA, R.A.L.; OLIVEIRA, F.M.; KURKA, P.R.G.; SANTOS, I.F. e BITTENCOURT, M.L. Determinação de esforços dinâmicos, vibração torcional e análise de tensões em virabrequins de motores de combustão interna. **CONSICAE**, May 2006.

YINGKUI, G. e ZHIBO, Z. Strength analysis of diesel engine crankshaft based on pro/e and ansys. **Third International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation**, 2011.

APÊNDICES

A Formulação Empírica para Cálculo Analítico dos Fatores de Concentração de Tensão

Os fatores de concentrador de tensão são determinados de acordo com um método da FVV publicado na referência (EBERHARD, 1973). Os parâmetros do segmento do virabrequim utilizados nesta formulação são valores relativos ao diâmetro do moente D_c , sendo:

- $s = \frac{R_0}{D_c}$ (relação entre o meio-curso do pistão e o diâmetro do moente);
- $w = \frac{W}{D_c}$ (relação entre a espessura do braço de manivela e o diâmetro do moente)
- $b = \frac{B}{D_c}$ (relação entre a largura do braço equivalente de manivela e o diâmetro do moente);
- $r = \frac{r_x}{D_c}$ (relação entre o raio de concordância do moente ou do munhão);
- $d_H = \frac{d_j}{D_c}$ (relação entre o diâmetro interno do munhão e o diâmetro externo do moente);
- $d_G = \frac{d_c}{D_c}$ (relação entre os diâmetros interno e externo do moente).

A seguir são apresentadas as equações utilizadas para o cálculo dos fatores de concentração de flexão e torção para o moente e para o munhão.

A.1 Fator de Concentração de Flexão Devido às Forças Radiais

A.1.1 Moente

$$\alpha_F = K \cdot f(s, w) \cdot f(w) \cdot f(b) \cdot f(r) \cdot f(d_G) \cdot f(d_H) \quad (\text{A.1})$$

sendo $K = 2,6914$ um coeficiente constante e

$$f(s, w) = 1,5158 - 4,1032w + 11,1919w^2 - 13,6064w^3 + 6,0668w^4 + s(-1,8642 + 8,2592w - 18,2273w^2 + 18,5190w^3 - 6,9259w^4 + s^2(-3,8399 + 25,044w - 70,5571w^2 + 87,0328w^3 - 39,1832w^4))$$

$$f(w) = 2,1790w^{0,7171}$$

$$f(b) = 0,6840 - 0,0077b + 0,1473b^2$$

$$f(r) = 0,2081r^{-0,5231}$$

$$f(d_G) = 0,9993 + 0,2700d_G - 1,0211d_G^2 + 0,5306d_G^3$$

$$f(d_H) = 0,9978 + 0,3145d_H - 1,5241d_H^2 + 2,4147d_H^3$$

A.1.2 Munhão

$$\beta_F = K_F \cdot f_F(s, w) \cdot f_F(w) \cdot f_F(b) \cdot f_F(r) \cdot f_F(d_G) \cdot f_F(d_H) \quad (\text{A.2})$$

sendo $K = 2,7146$ um coeficiente constante e

$$f_F(s, w) = 1,1977 - 0,4971w + 0,3163w^2 + s(-0,8035 + 1,1495e - 0,5487w^2) + s^2(-2,1567 + 2,3297w - 1,2952w^2)$$

$$f_F(w) = 2,2422w^{0,7548}$$

$$f_F(b) = 0,5616 + 0,1197b + 0,1176b^2$$

$$f_F(r) = 0,1908r^{-0,5568}$$

$$f_F(d_G) = 1,0012 - 0,6441d_G + 1,2265d_G^2$$

$$f_F(d_H) = 1,0012 - 0,1903d_H + 0,0073d_H^2$$

A.2 Fator de Concentração de Torção Devido aos Momentos Torçores

A.2.1 Moente

$$\alpha_T = K \cdot f(r, s) \cdot f(b) \tag{A.3}$$

sendo $K = 0,9230$ um coeficiente constante e

$$f(r, s) = r^{(-0,2205-0,1015s)}$$

$$f(b) = 7,8955 - 10,6540b + 5,3482b^2 - 0,8570b^3$$

A.2.2 Munhão

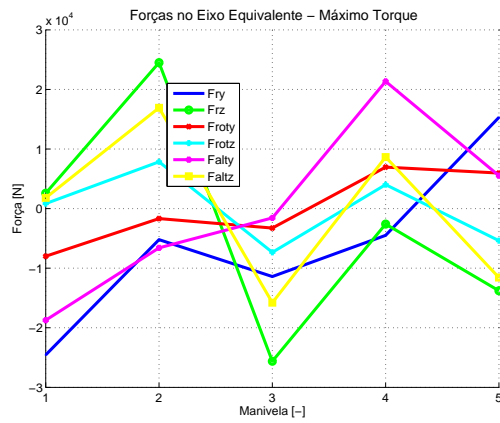
$$\beta_T = K \cdot f(r, s) \cdot f(b) \quad (\text{A.4})$$

sendo os parâmetros calculados da mesma forma que para o moente. O raio de concordância relativo, entretanto, deve ser determinado para o raio de concordância e para o diâmetro do munhão, R_j e D_j , respectivamente.

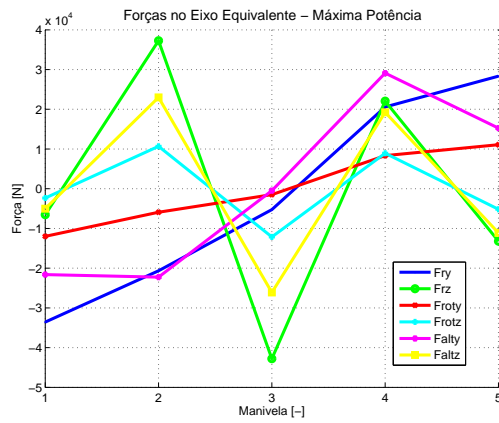
$$r = \frac{r_j}{D_j} \quad (\text{A.5})$$

B Esforços Dinâmicos para as Condições Críticas de Projeto

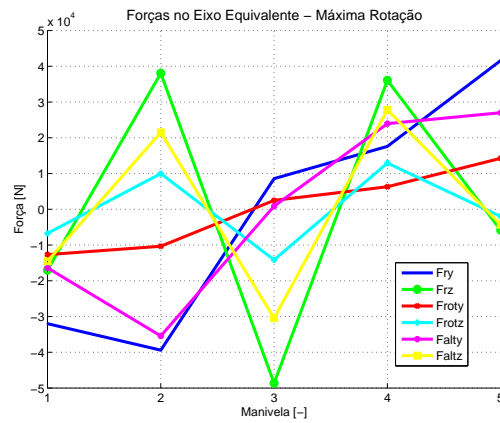
Neste apêndice estão apresentados os gráficos de esforços dinâmicos aplicados aos virabrequins do motor de 10 cilindros em V e do motor de 6 cilindros em linha para as três condições de projeto.



(a) Condição de máximo torque - 6500 rpm.

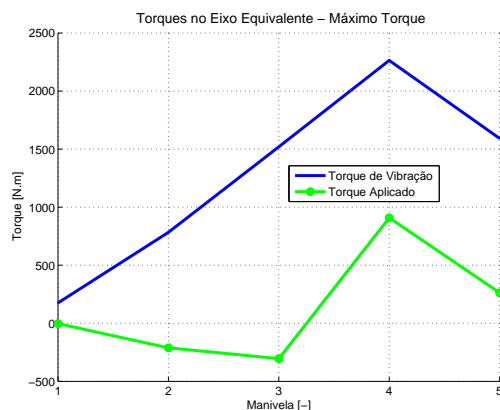


(b) Condição de máxima potência - 8000 rpm.

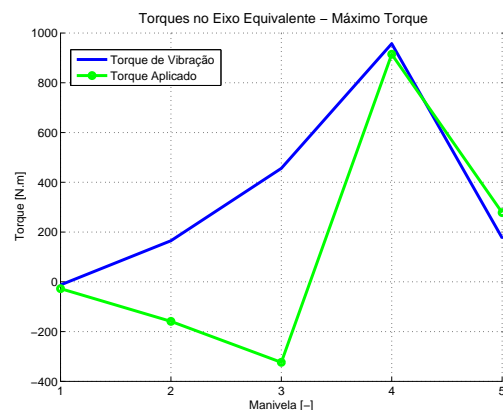


(c) Condição de máxima rotação - 8700 rpm.

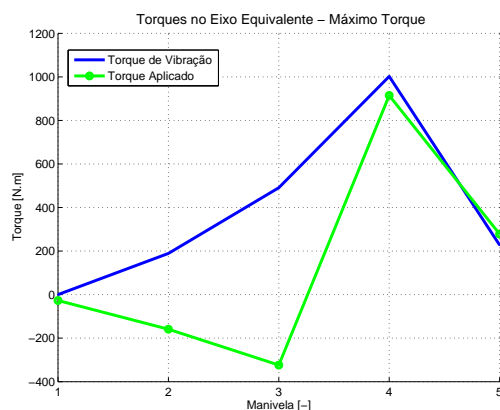
Figura B.1: Forças aplicadas nos moentes do virabrequim V10 para as três condições de projeto, calculadas pelo método **Tradicional**.



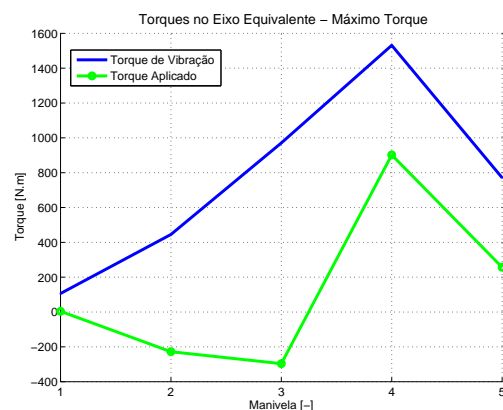
(a) Sem absorvedor.



(b) Absorvedor com sintonia unitária.

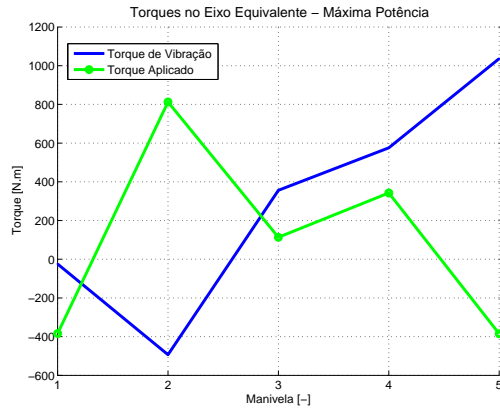


(c) Absorvedor com sintonia ótima.

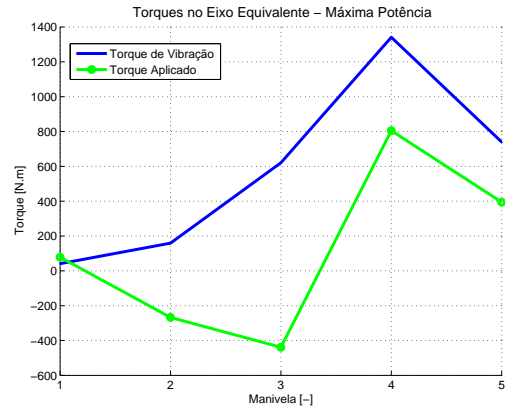


(d) Absorvedor não-sintonizado.

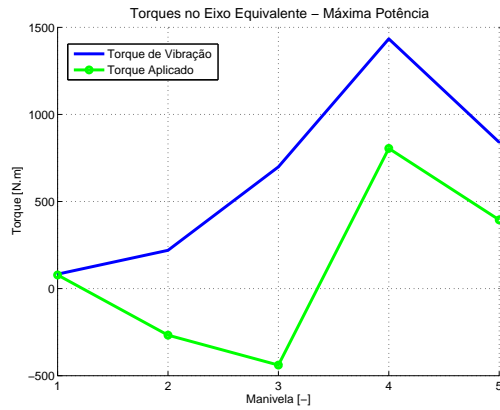
Figura B.2: Torques aplicados no virabrequim V10 para a condição de máximo torque (6500 rpm), calculados pelo método **Tradicional**.



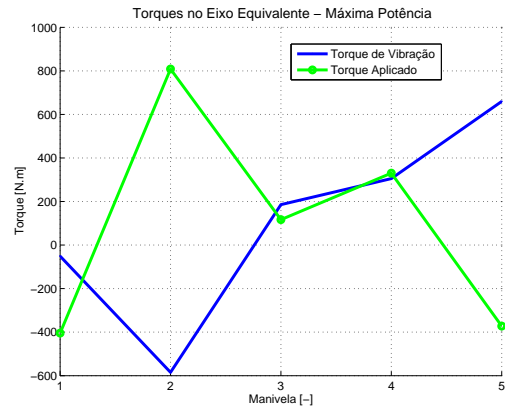
(a) Sem absorvedor.



(b) Absorvedor com sintonia unitária.

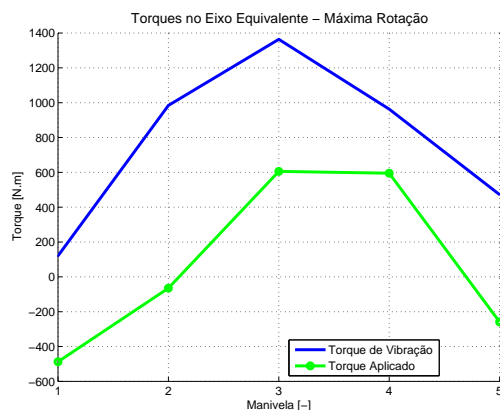


(c) Absorvedor com sintonia ótima.

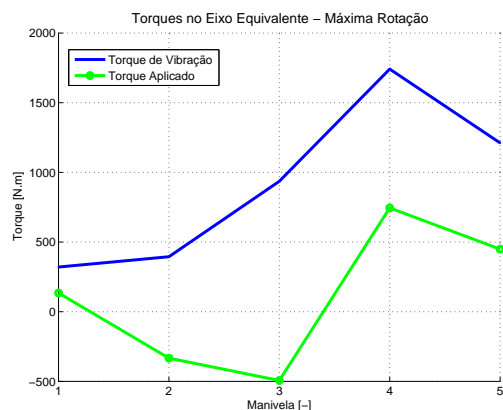


(d) Absorvedor não-sintonizado.

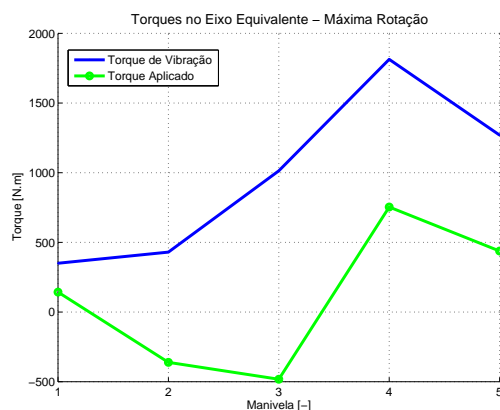
Figura B.3: Torques aplicados no virabrequim V10 para a condição de máxima potência (8000 rpm), calculados pelo método **Tradicional**.



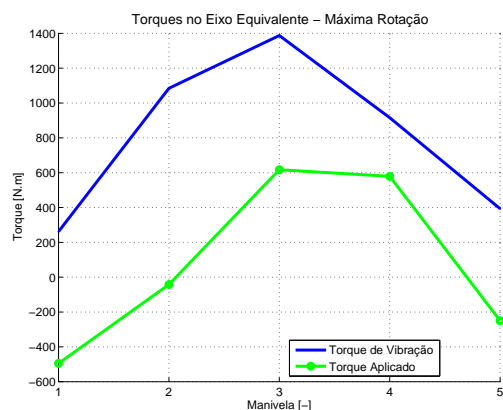
(a) Sem absorvedor.



(b) Absorvedor com sintonia unitária.

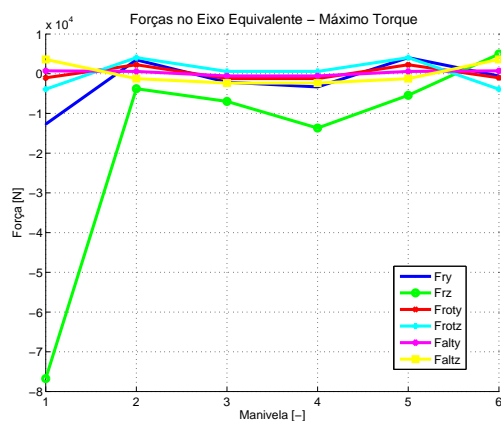


(c) Absorvedor com sintonia ótima.

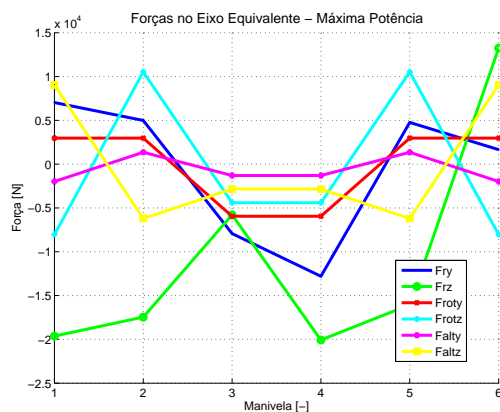


(d) Absorvedor não-sintonizado.

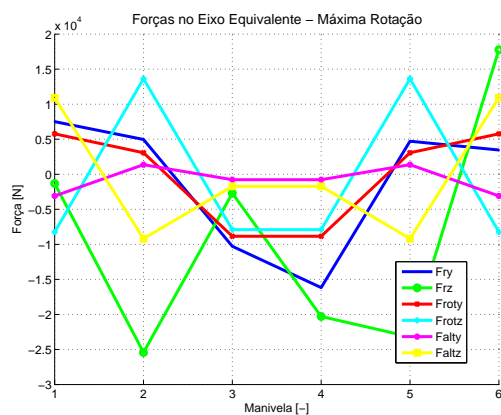
Figura B.4: Torques aplicados no virabrequim V10 para a condição de máxima rotação (8700 rpm), calculados pelo método **Tradicional**.



(a) Condição de máximo torque - 1600 rpm.

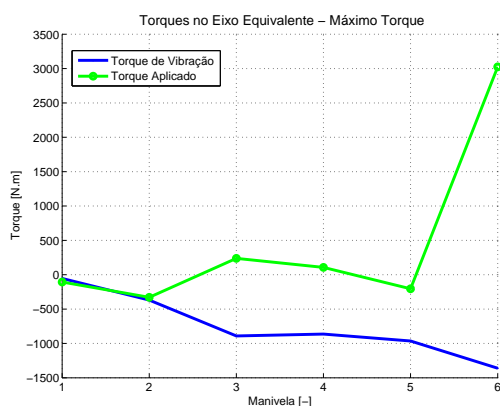


(b) Condição de máxima potência - 2600 rpm.

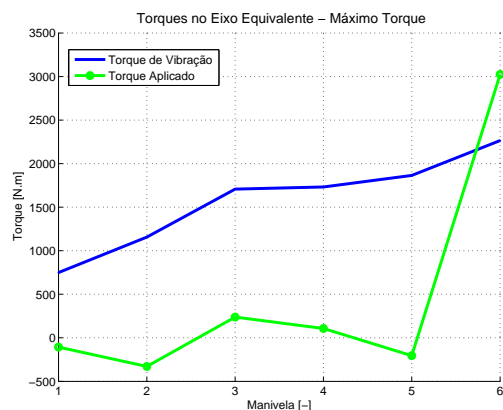


(c) Condição de máxima rotação - 3200 rpm.

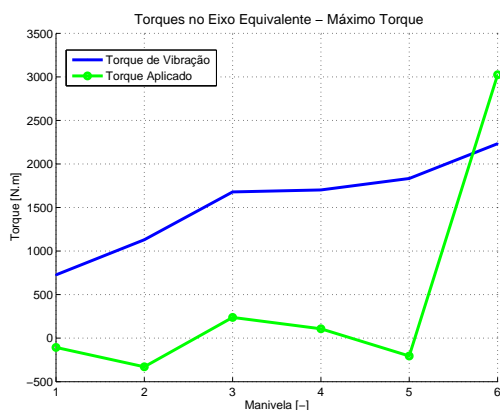
Figura B.5: Forças aplicadas nos moentes do virabrequim 6 cilindros para as três condições de projeto, calculadas pelo método **Tradicional**.



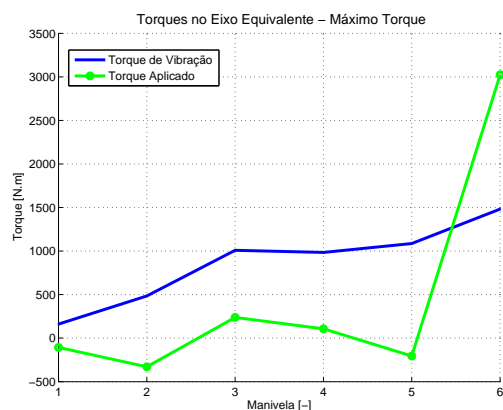
(a) Sem absorvedor.



(b) Absorvedor com sintonia unitária.

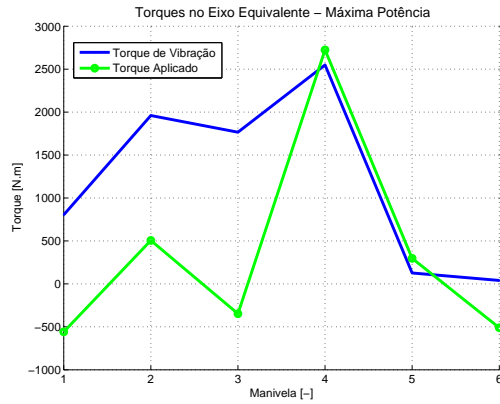


(c) Absorvedor com sintonia ótima.

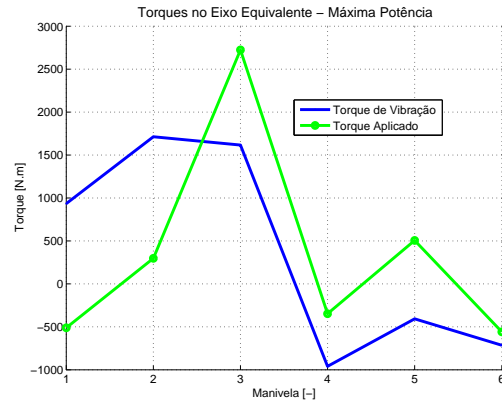


(d) Absorvedor não-sintonizado.

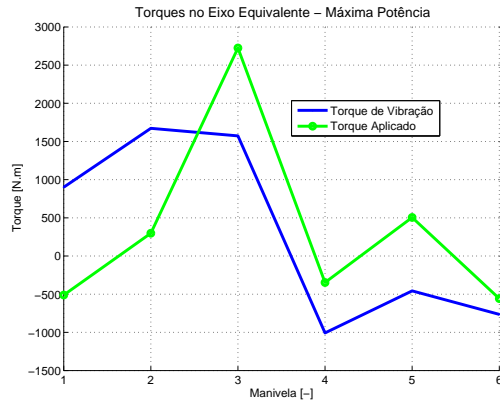
Figura B.6: Torques aplicados no virabrequim 6 cilindros para a condição de máximo torque 1600 rpm, calculados pelo método **Tradicional**.



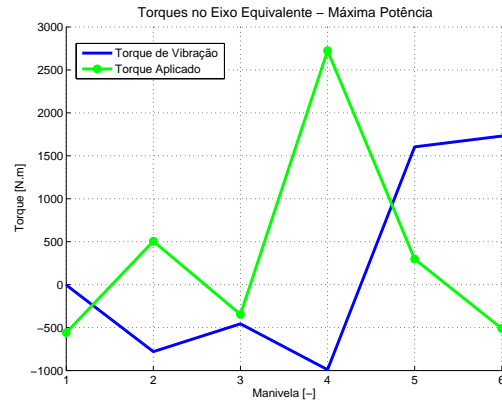
(a) Sem absorvedor.



(b) Absorvedor com sintonia unitária.

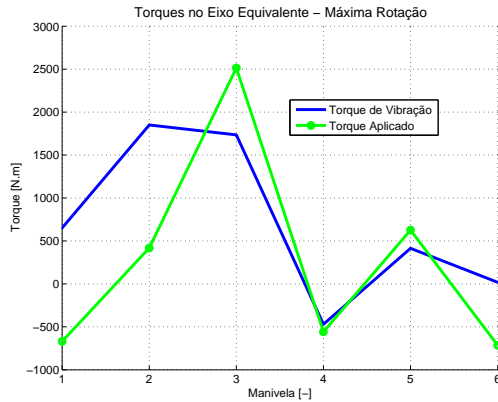


(c) Absorvedor com sintonia ótima.

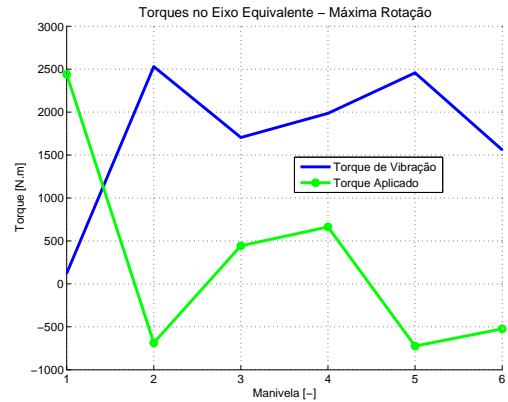


(d) Absorvedor não-sintonizado.

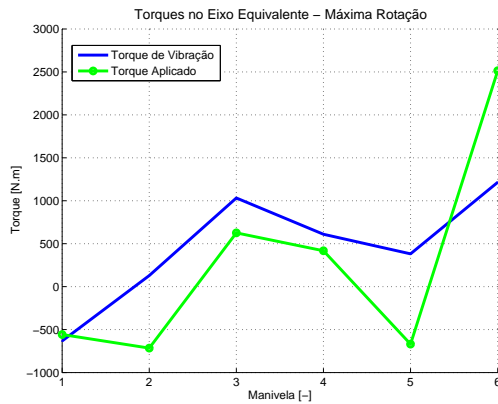
Figura B.7: Torques aplicados no virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima potência 2600 rpm, calculados pelo método **Tradicional**.



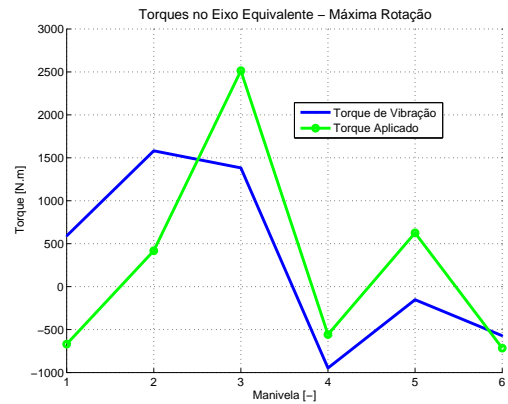
(a) Sem absorvedor.



(b) Absorvedor com sintonia unitária.



(c) Absorvedor com sintonia ótima.



(d) Absorvedor não-sintonizado.

Figura B.8: Torques aplicados no virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima rotação 3200 rpm, calculados pelo método **Tradicional**.

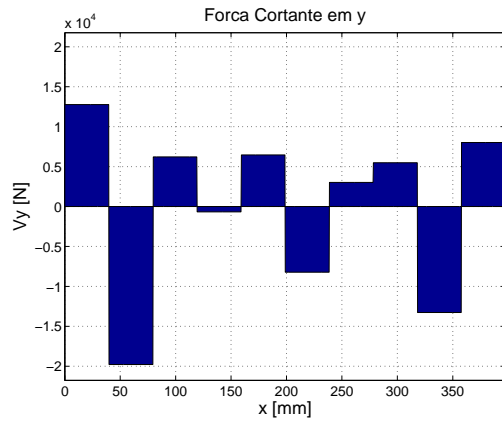
B.1 Virabrequim 10 Cilindros em V

B.2 Virabrequim 6 Cilindros

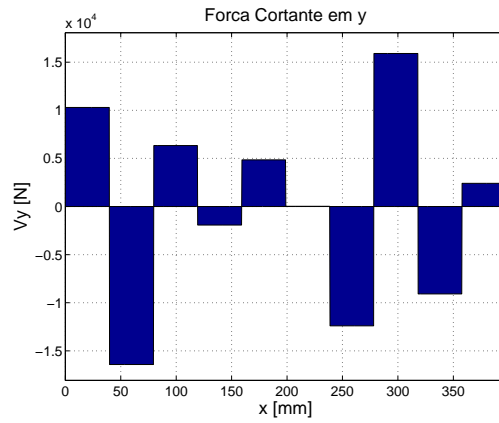
C Diagramas de Esforços Cortantes, Momentos Fletores e Momentos Torçores

Neste apêndice estão apresentados os diagramas de esforços solicitantes obtidos conforme teoria apresentada no Capítulo 7 para os dois casos de estudo.

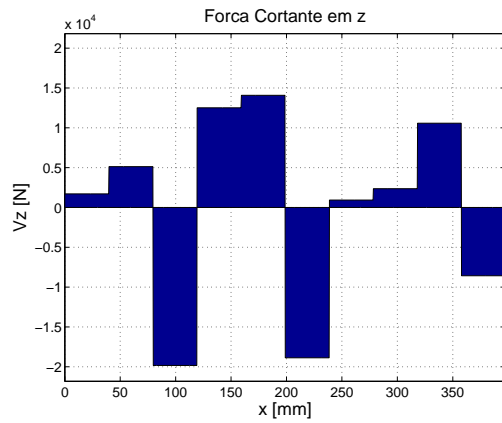
C.1 Virabrequim 10 Cilindros em V



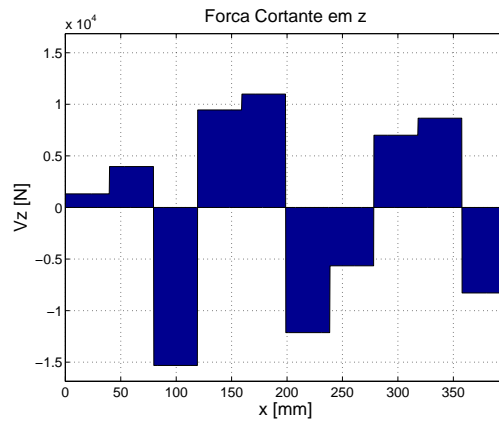
(a) Condição de carga máxima na direção y .



(b) Condição de carga mínima na direção y .

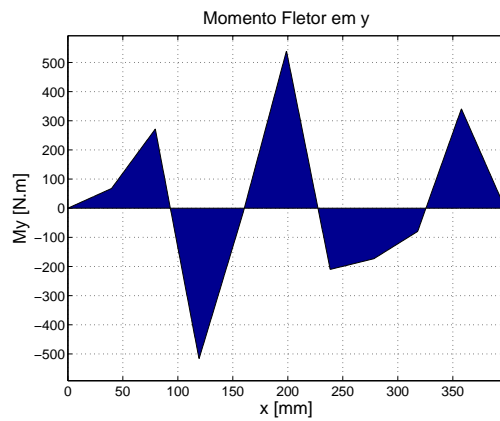


(c) Condição de carga máxima na direção z .

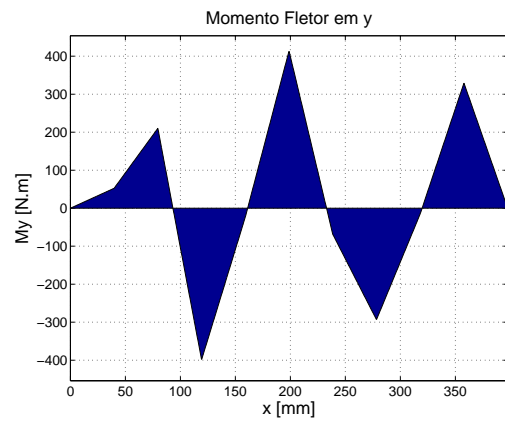


(d) Condição de carga mínima na direção z .

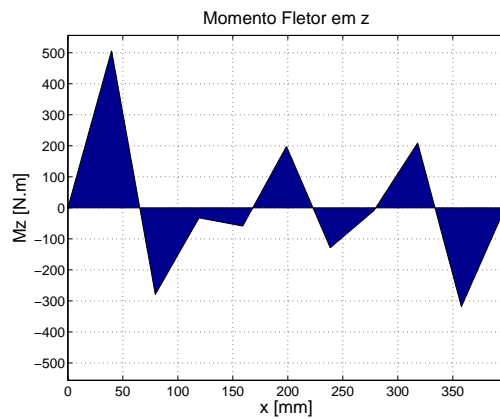
Figura C.1: Diagramas de esforços cortantes no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máximo torque e ângulo crítico.



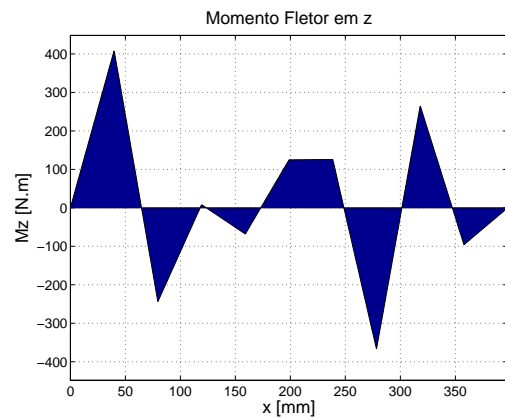
(a) Condição de carga máxima na direção y .



(b) Condição de carga mínima na direção y .

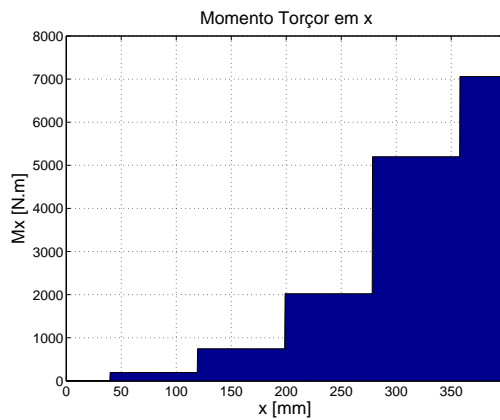


(c) Condição de carga máxima na direção z .

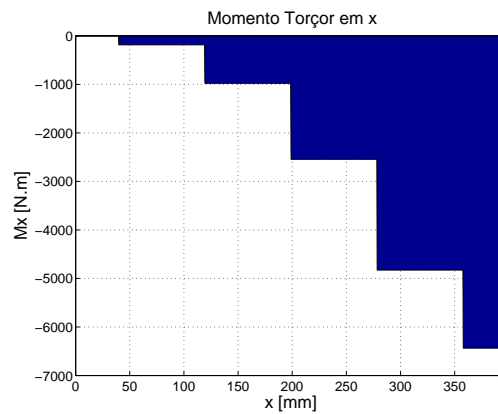


(d) Condição de carga mínima na direção z .

Figura C.2: Diagramas de momentos fletores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máximo torque e ângulo crítico.

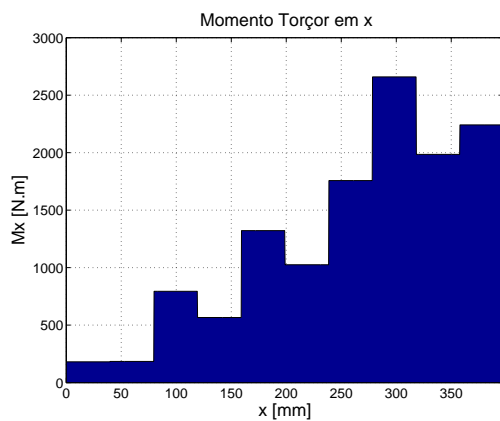


(a) Condição de carga máxima.

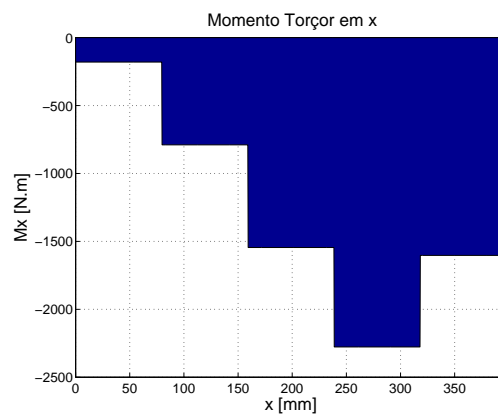


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.3: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máximo torque e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso A.

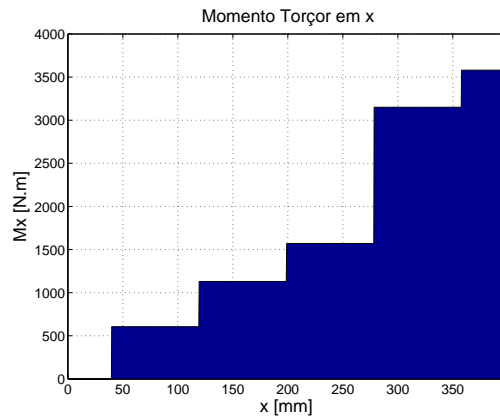


(a) Condição de carga máxima.

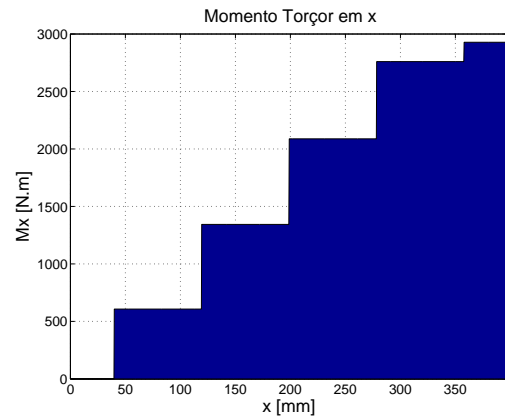


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.4: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máximo torque e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso B.

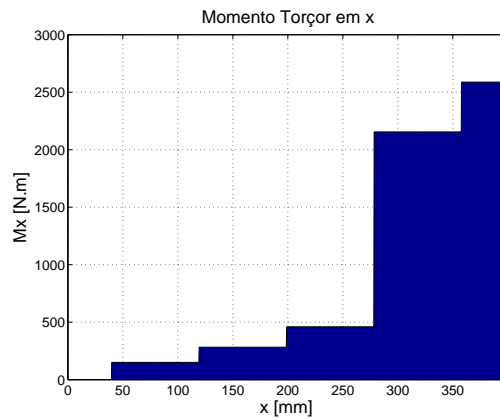


(a) Condição de carga máxima.

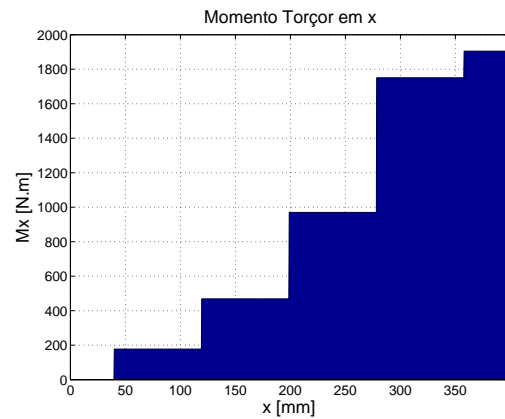


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.5: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máximo torque e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso C.

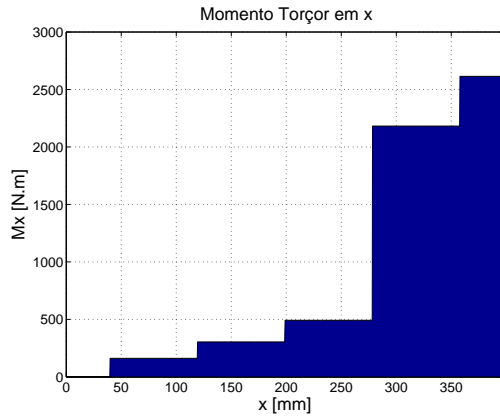


(a) Condição de carga máxima.

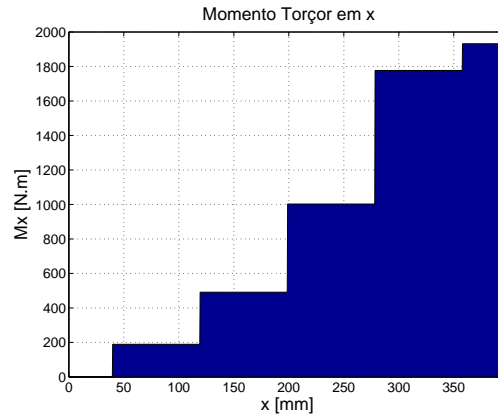


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.6: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máximo torque e ângulo crítico (com absorvedor de sintonia unitária) referentes ao Caso C.

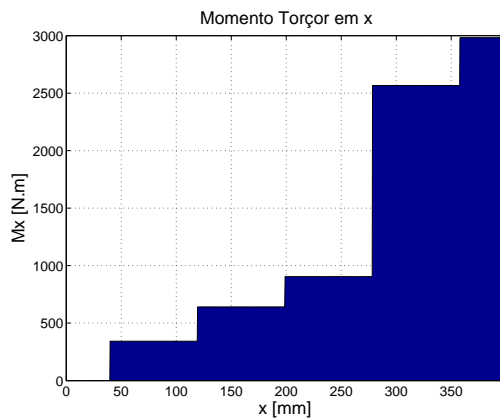


(a) Condição de carga máxima.

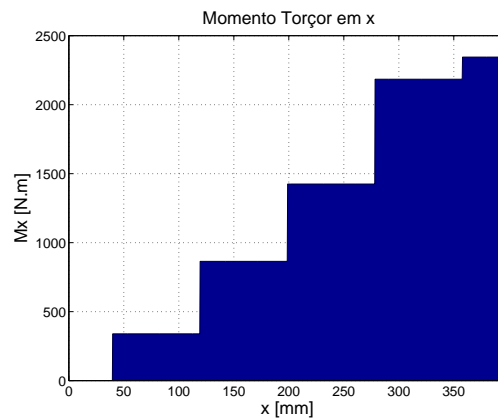


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.7: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máximo torque e ângulo crítico (com absorvedor de sintonia ótima) referentes ao Caso C

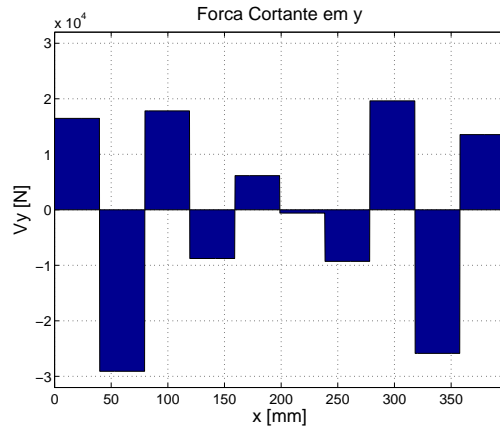


(a) Condição de carga máxima.

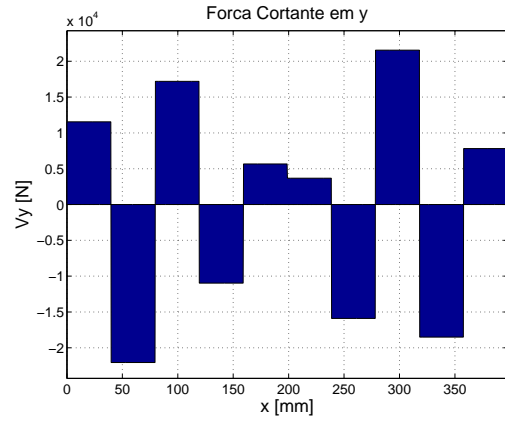


(b) Condição de carga mínima.

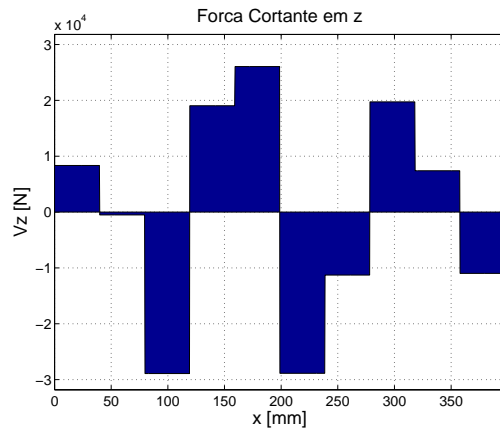
Figura C.8: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máximo torque e ângulo crítico (com absorvedor não sintonizado) referentes ao Caso C



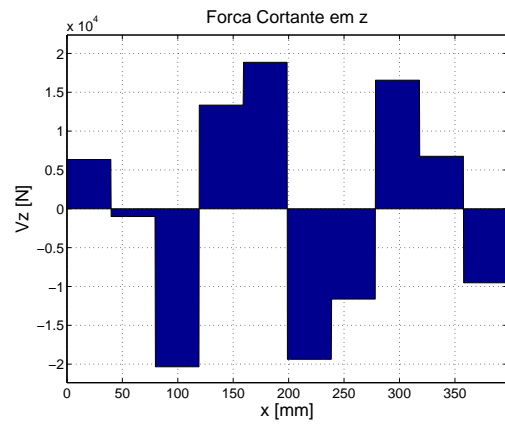
(a) Condição de carga máxima na direção y .



(b) Condição de carga mínima na direção y .

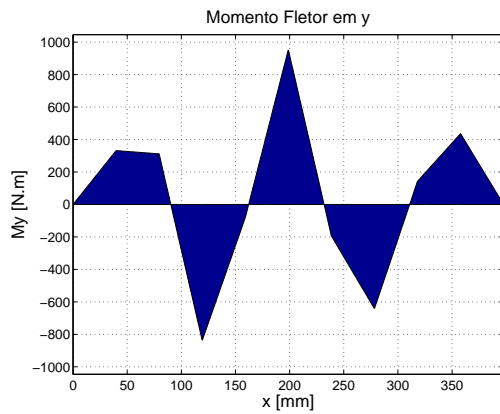


(c) Condição de carga máxima na direção z .

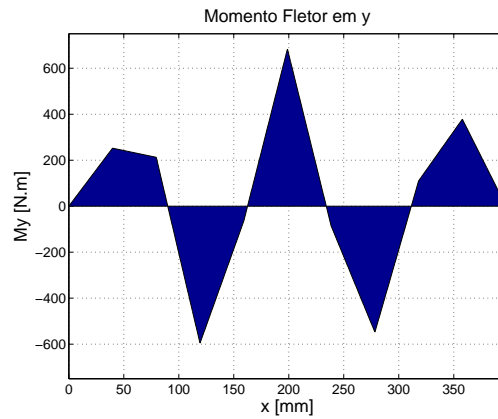


(d) Condição de carga mínima na direção z .

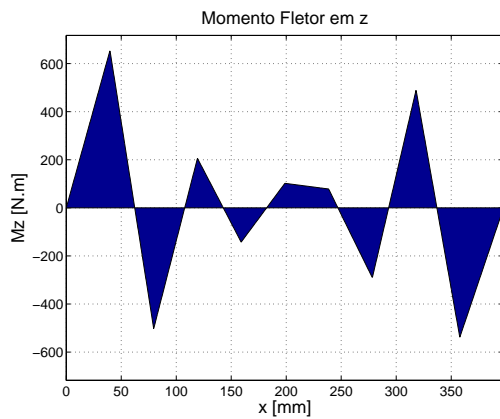
Figura C.9: Diagramas de esforços cortantes no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima potência e ângulo crítico.



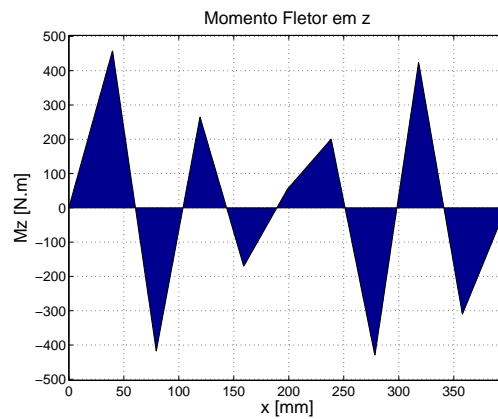
(a) Condição de carga máxima na direção y .



(b) Condição de carga mínima na direção y .

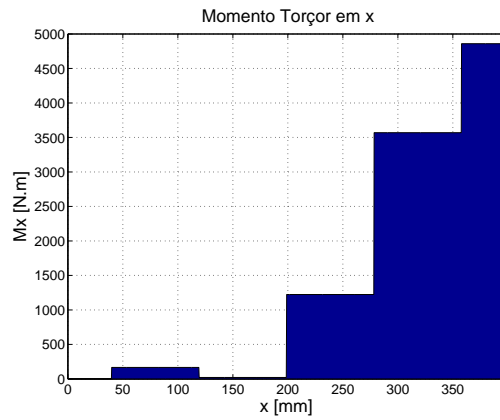


(c) Condição de carga máxima na direção z .

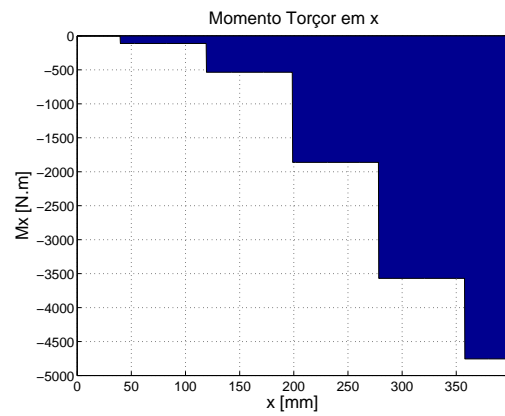


(d) Condição de carga mínima na direção z .

Figura C.10: Diagramas de momentos fletores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima potência e ângulo crítico.

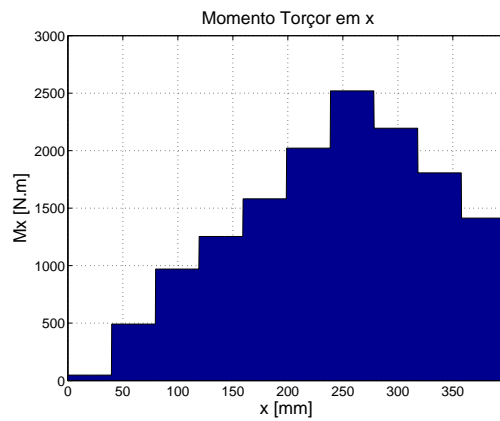


(a) Condição de carga máxima.

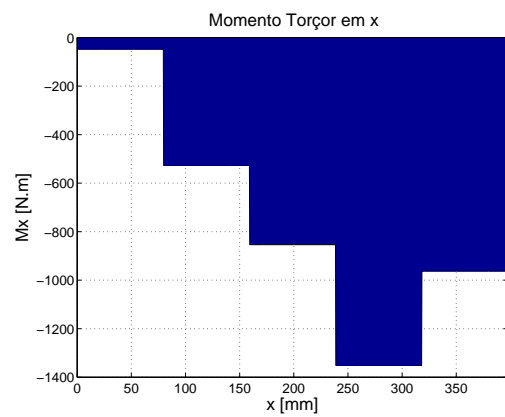


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.11: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima potência e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso A.

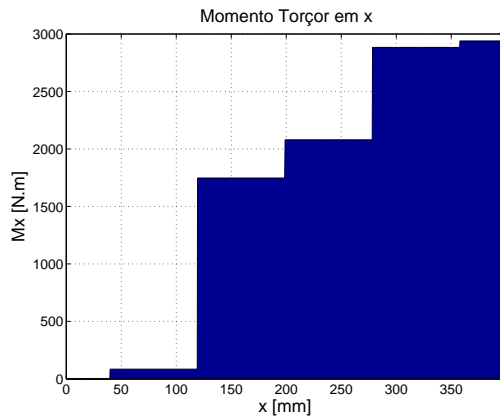


(a) Condição de carga máxima.

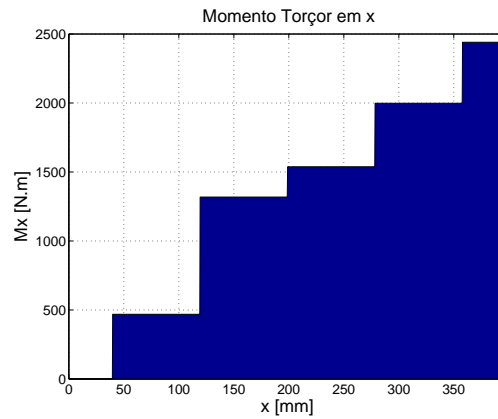


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.12: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima potência e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso B.

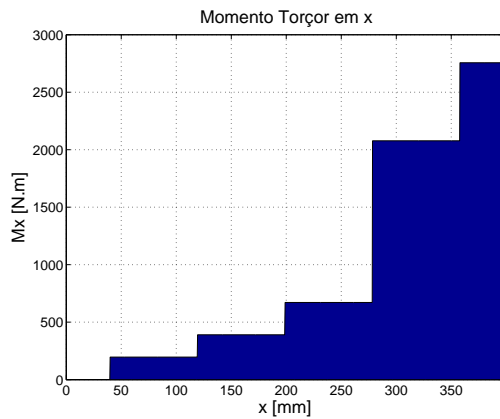


(a) Condição de carga máxima.

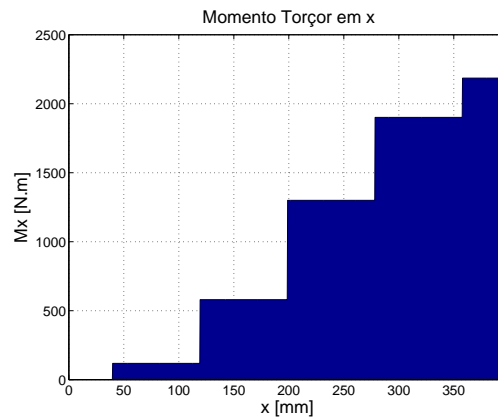


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.13: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima potência e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso C.

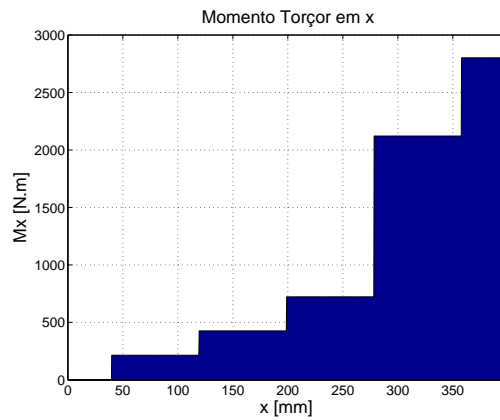


(a) Condição de carga máxima.

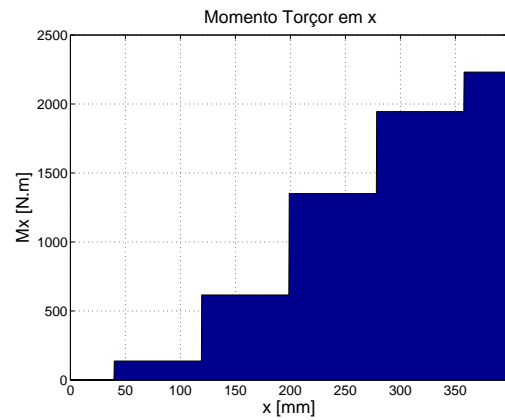


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.14: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima potência e ângulo crítico (com absorvedor de sintonia unitária) referentes ao Caso C.

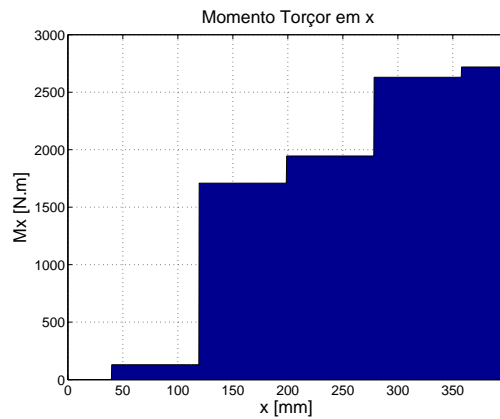


(a) Condição de carga máxima.

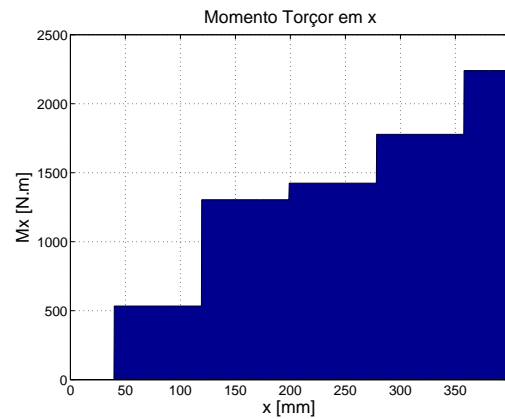


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.15: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima potência e ângulo crítico (com absorvedor de sintonia ótima) referentes ao Caso C.

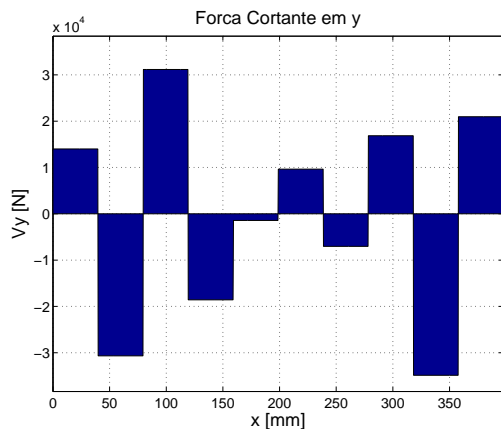


(a) Condição de carga máxima.

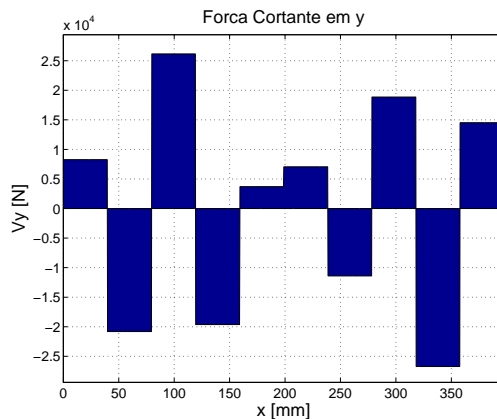


(b) Condição de carga mínima.

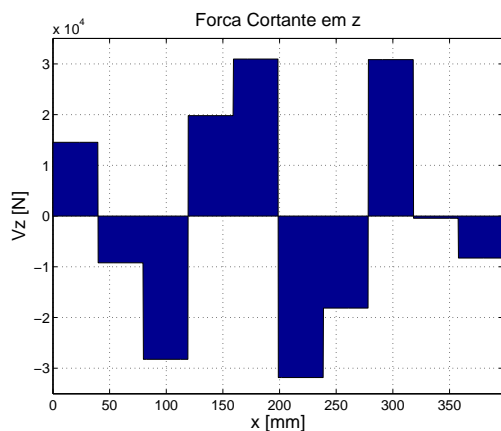
Figura C.16: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima potência e ângulo crítico (com absorvedor não sintonizado) referentes ao Caso C.



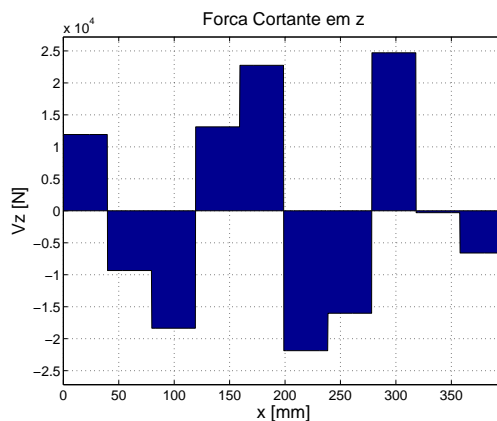
(a) Condição de carga máxima na direção y .



(b) Condição de carga mínima na direção y .

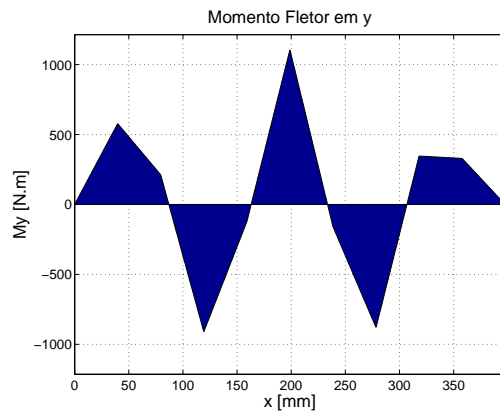


(c) Condição de carga máxima na direção z .

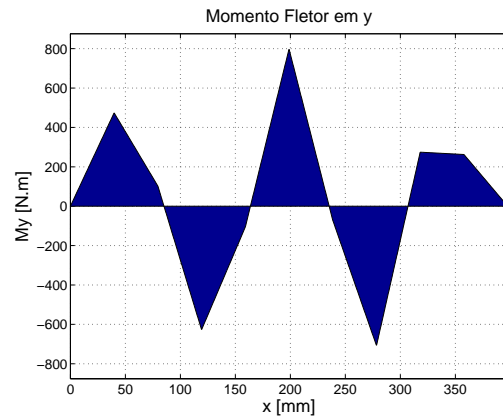


(d) Condição de carga mínima na direção z .

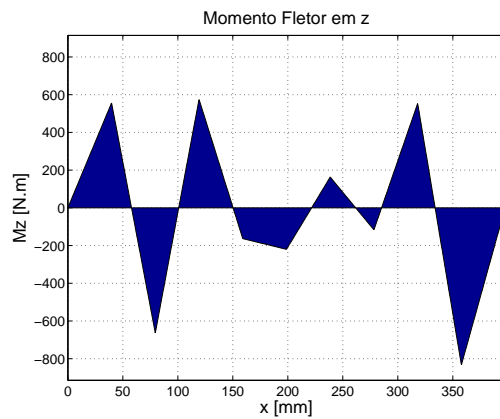
Figura C.17: Diagramas de esforços cortantes no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima rotação e ângulo crítico.



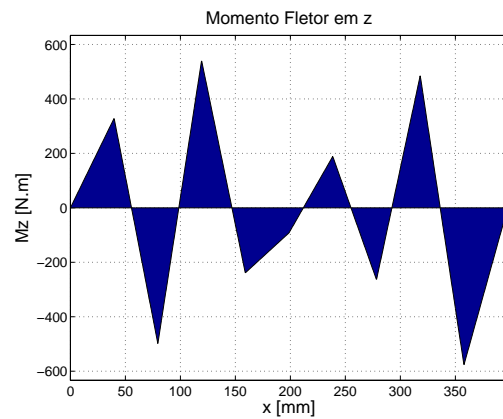
(a) Condição de carga máxima na direção y .



(b) Condição de carga mínima na direção y .

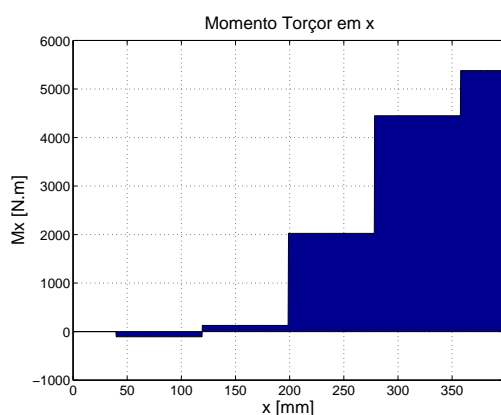


(c) Condição de carga máxima na direção z .

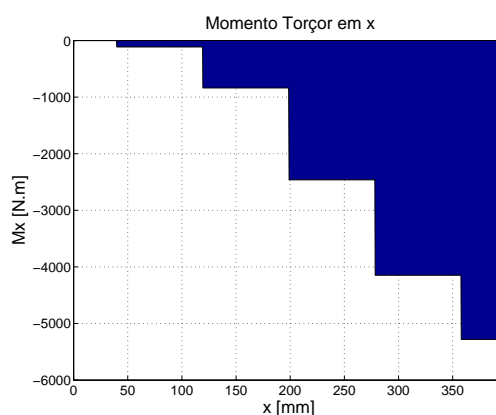


(d) Condição de carga mínima na direção z .

Figura C.18: Diagramas de momentos fletores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima rotação e ângulo crítico.

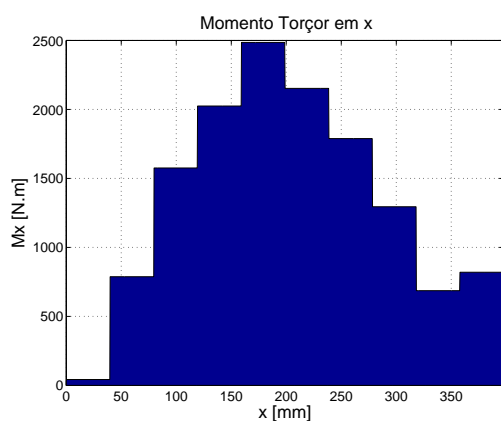


(a) Condição de carga máxima.

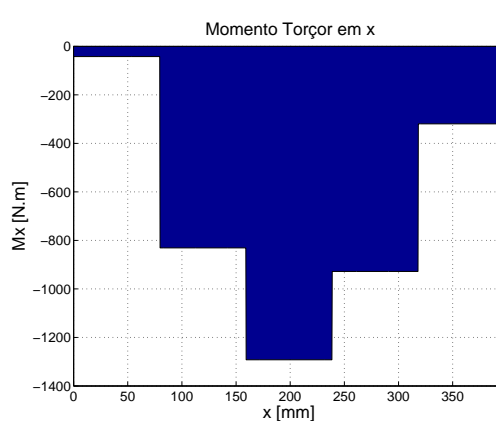


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.19: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima rotação e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso A.



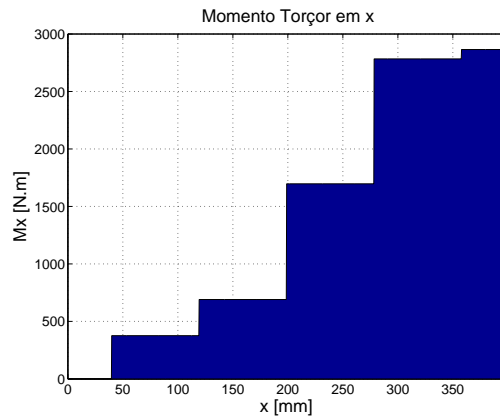
(a) Condição de carga máxima.



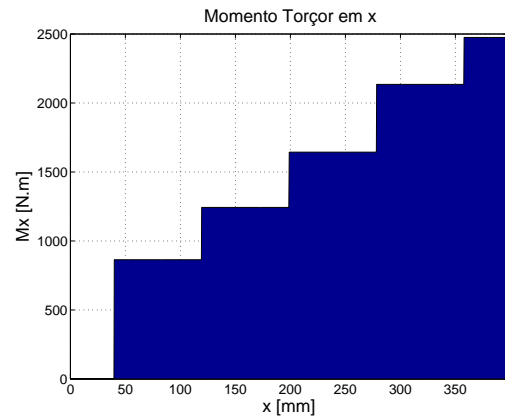
(b) Condição de carga mínima.

Figura C.20: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima rotação e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso B.

C.2 Virabrequim 6 Cilindros

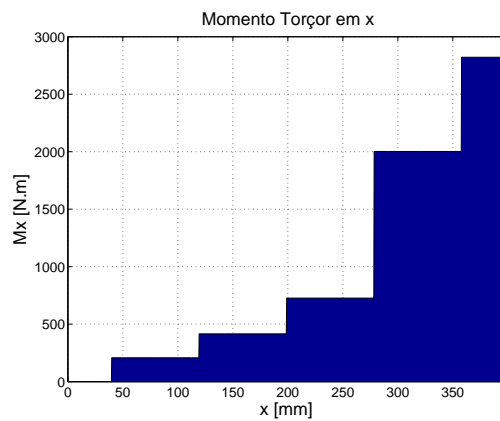


(a) Condição de carga máxima.

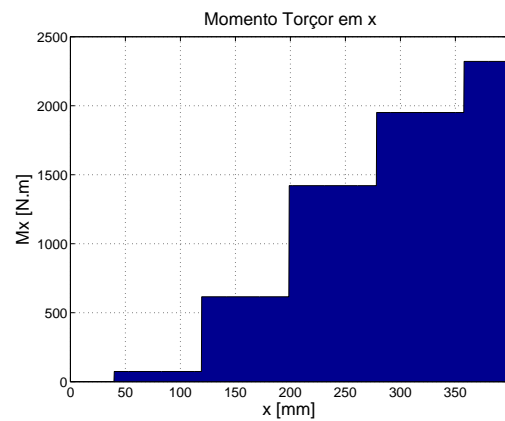


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.21: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima rotação e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso C.

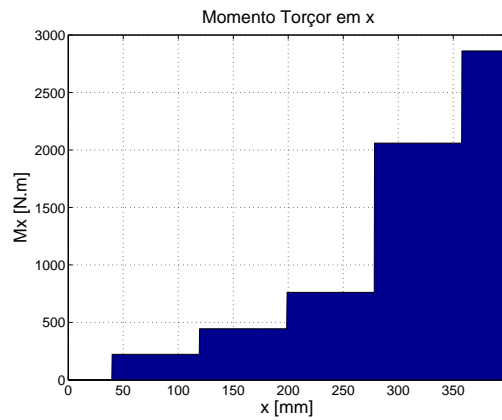


(a) Condição de carga máxima.

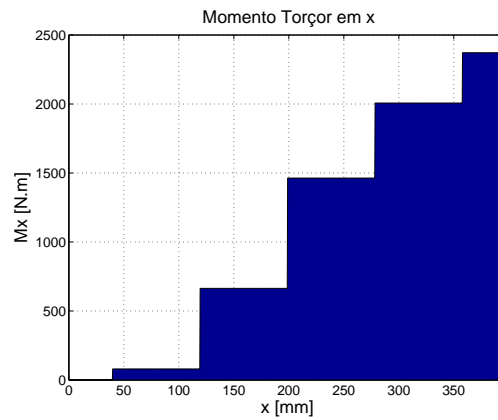


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.22: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima rotação e ângulo crítico (com absorvedor de sintonia unitária) referentes ao Caso C.

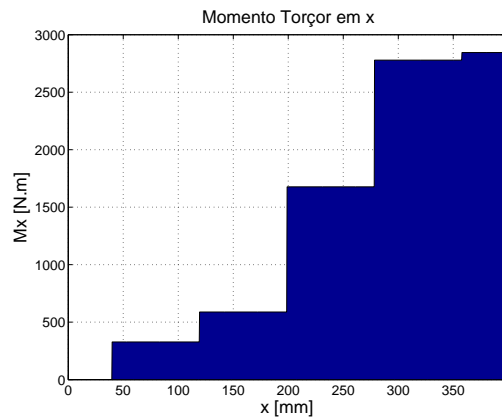


(a) Condição de carga máxima.

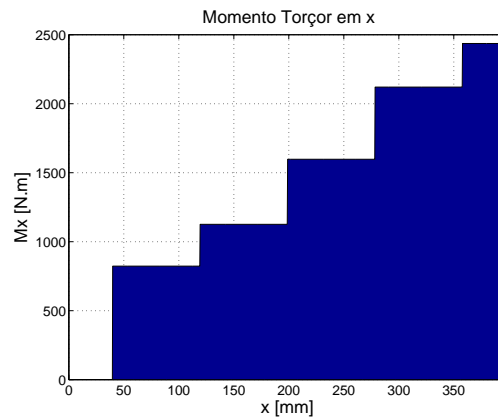


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.23: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima rotação e ângulo crítico (com absorvedor de sintonia ótima) referentes ao Caso C.

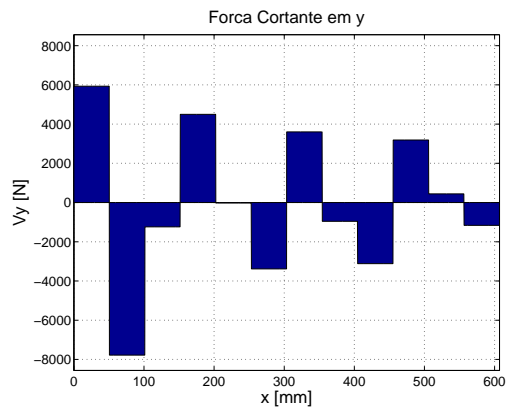


(a) Condição de carga máxima.

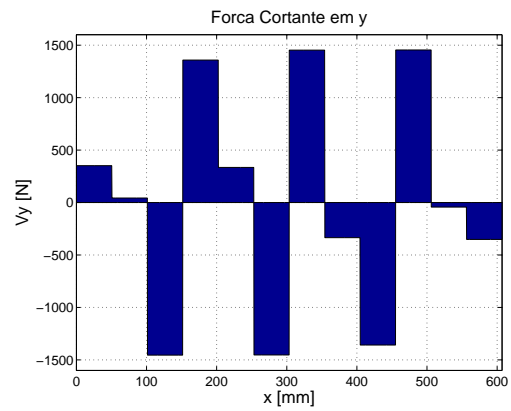


(b) Condição de carga mínima.

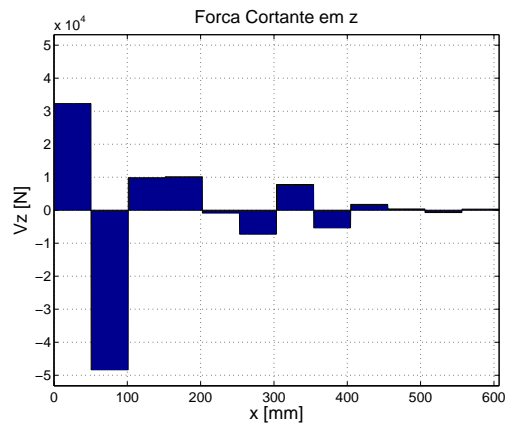
Figura C.24: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim V10 para a condição de máxima rotação e ângulo crítico (com absorvedor não sintonizado) referentes ao Caso C.



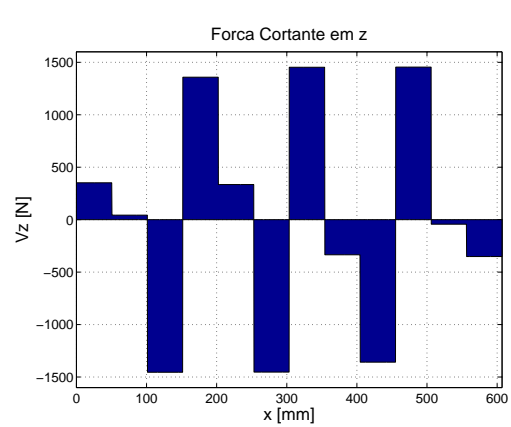
(a) Condição de carga máxima na direção y .



(b) Condição de carga mínima na direção y .

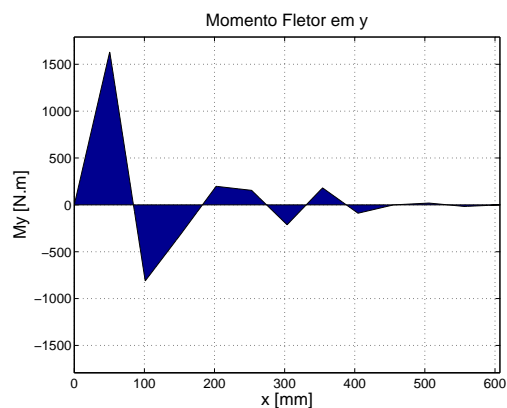


(c) Condição de carga máxima na direção z .

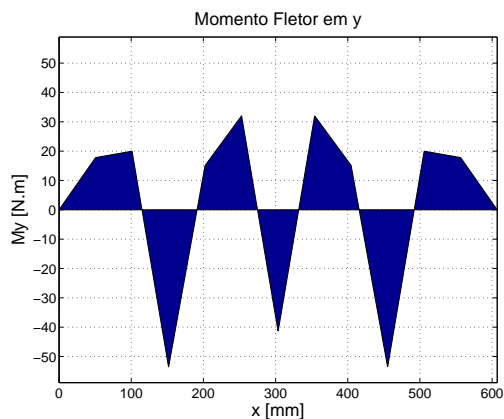


(d) Condição de carga mínima na direção z .

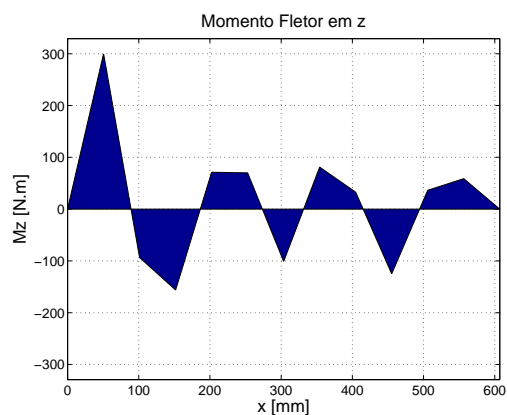
Figura C.25: Diagramas de esforços cortantes no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máximo torque e ângulo crítico.



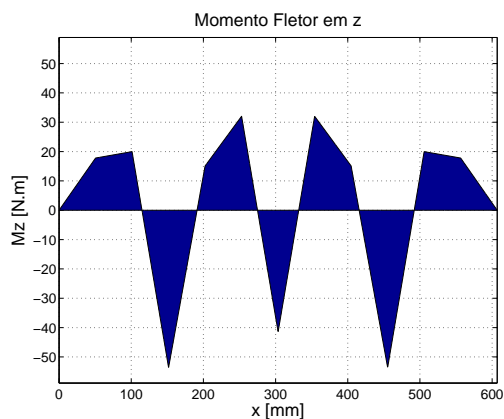
(a) Condição de carga máxima na direção y .



(b) Condição de carga mínima na direção y .

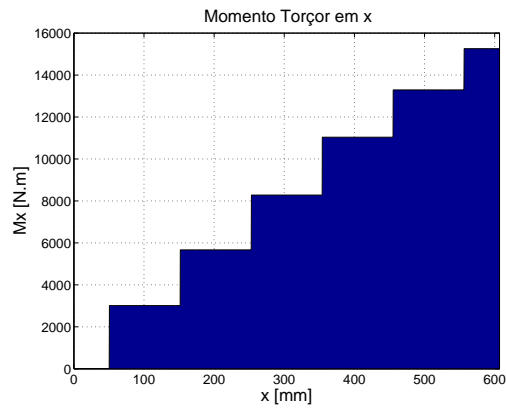


(c) Condição de carga máxima na direção z .

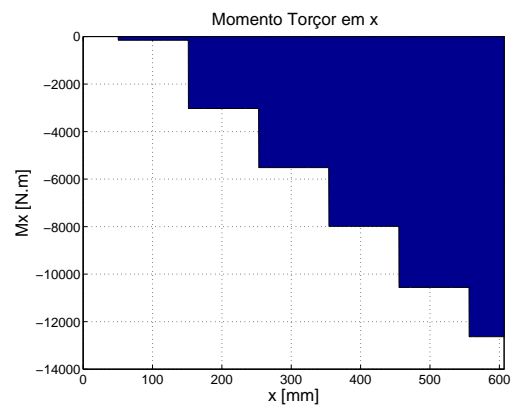


(d) Condição de carga mínima na direção z .

Figura C.26: Diagramas de momentos fletores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máximo torque e ângulo crítico.

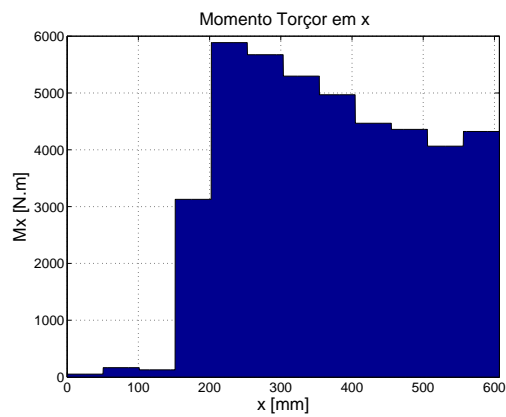


(a) Condição de carga máxima.

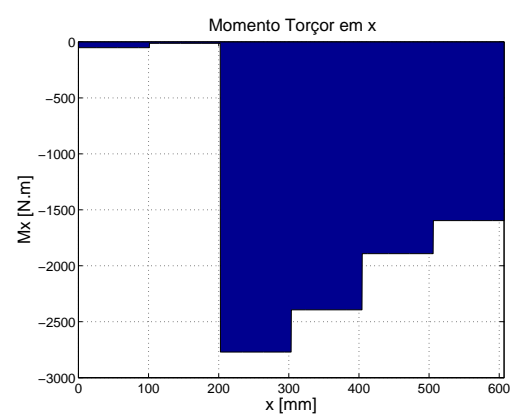


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.27: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máximo torque e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso A.

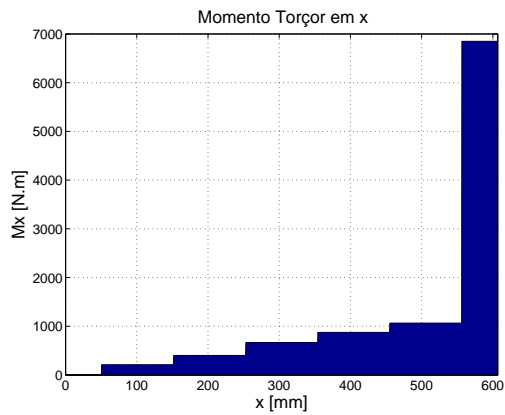


(a) Condição de carga máxima.

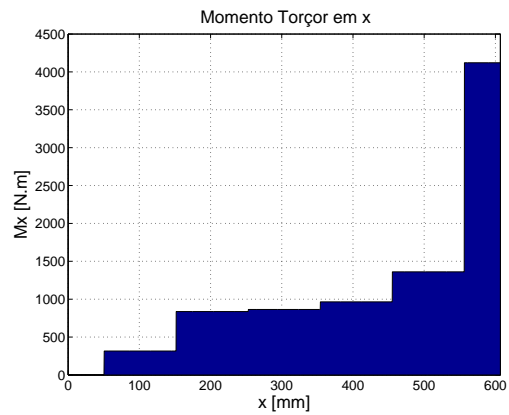


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.28: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máximo torque e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso B.

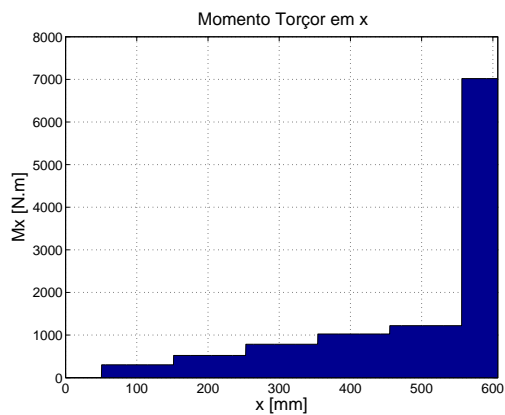


(a) Condição de carga máxima.

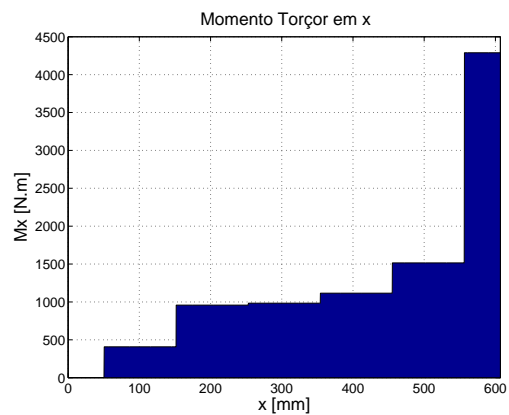


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.29: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máximo torque e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso C.

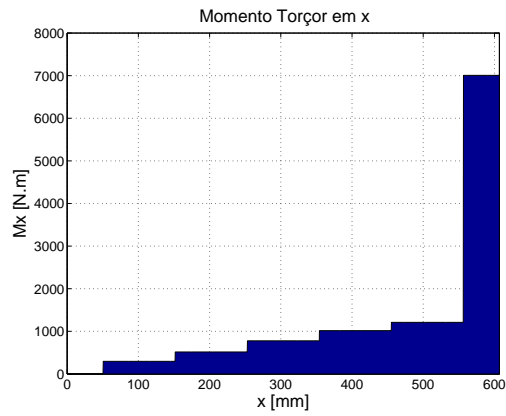


(a) Condição de carga máxima.

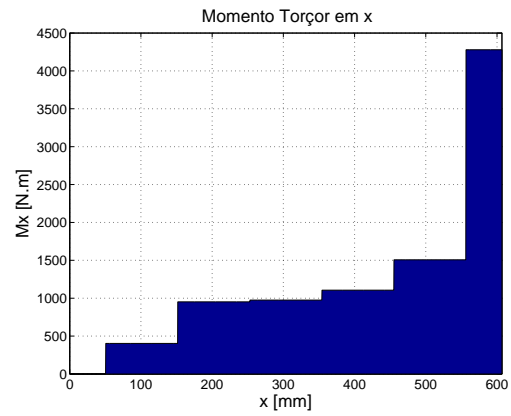


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.30: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máximo torque e ângulo crítico (com absorvedor de sintonia unitária) referentes ao Caso C.

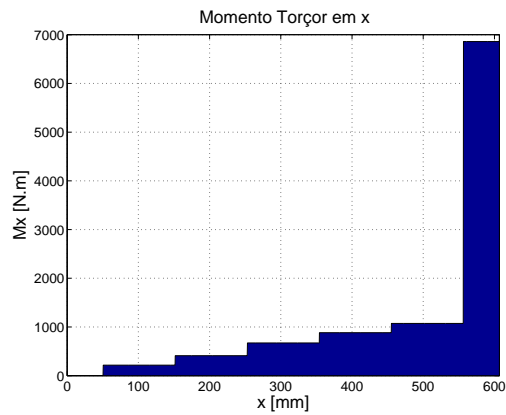


(a) Condição de carga máxima.

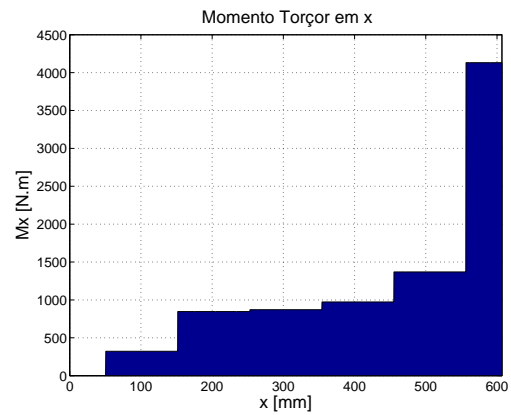


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.31: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máximo torque e ângulo crítico (com absorvedor de sintonia ótima) referentes ao Caso C.

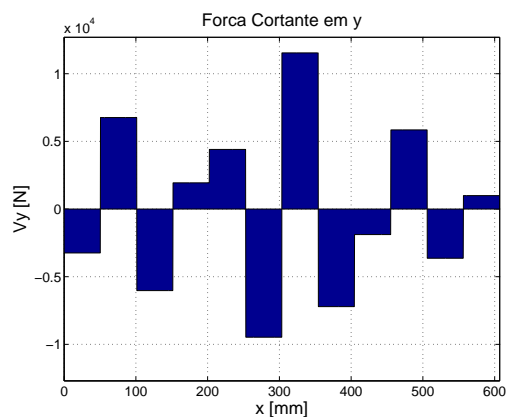


(a) Condição de carga máxima.

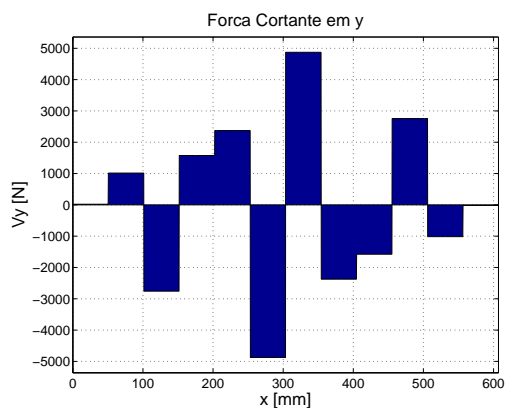


(b) Condição de carga mínima.

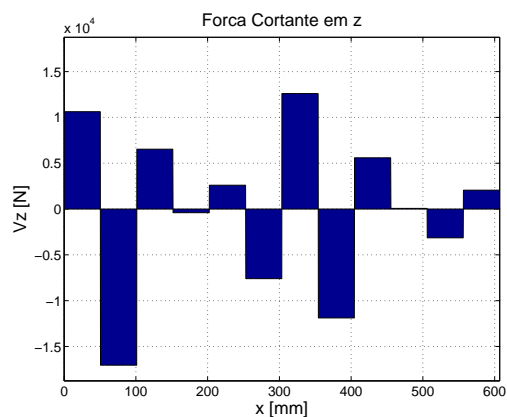
Figura C.32: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máximo torque e ângulo crítico (com absorvedor não sintonizado) referentes ao Caso C.



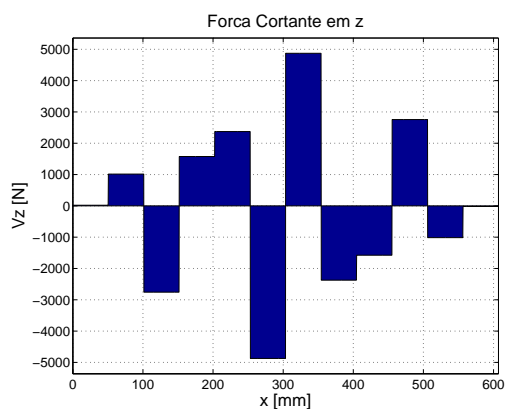
(a) Condição de carga máxima na direção y .



(b) Condição de carga mínima na direção y .

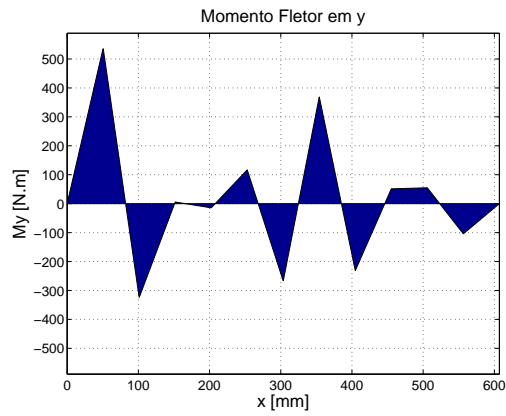


(c) Condição de carga máxima na direção z .

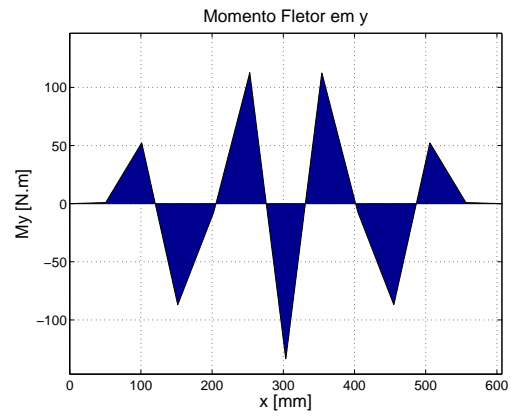


(d) Condição de carga mínima na direção z .

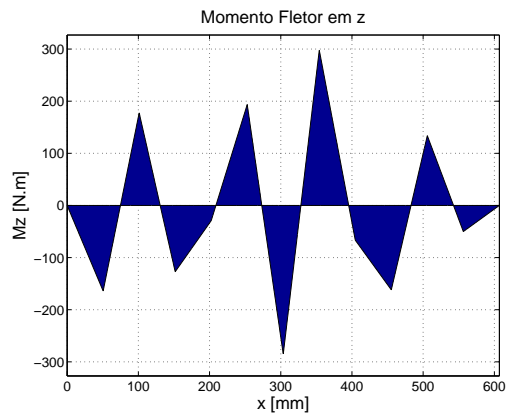
Figura C.33: Diagramas de esforços cortantes no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima potência e ângulo crítico.



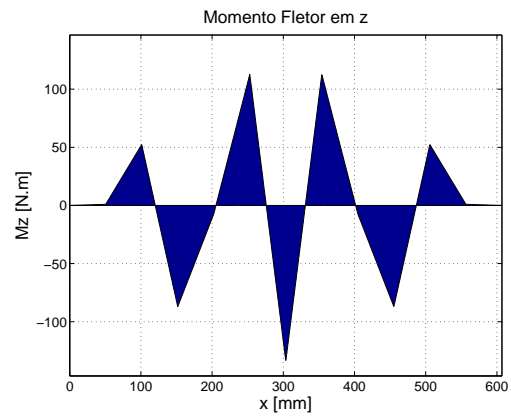
(a) Condição de carga máxima na direção y .



(b) Condição de carga mínima na direção y .

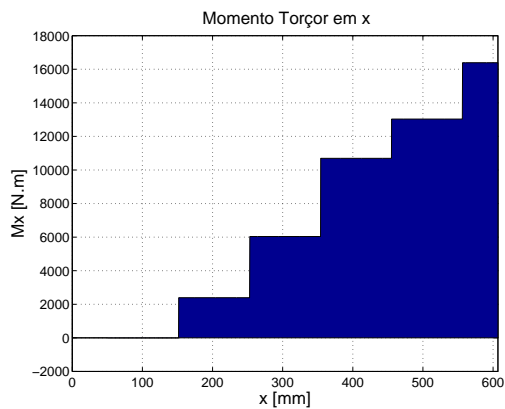


(c) Condição de carga máxima na direção z .

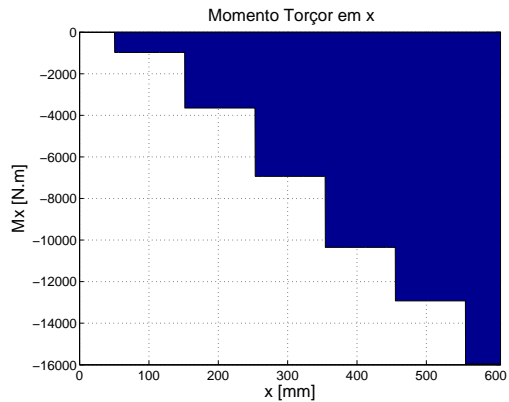


(d) Condição de carga mínima na direção z .

Figura C.34: Diagramas de momentos fletores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima potência e ângulo crítico.

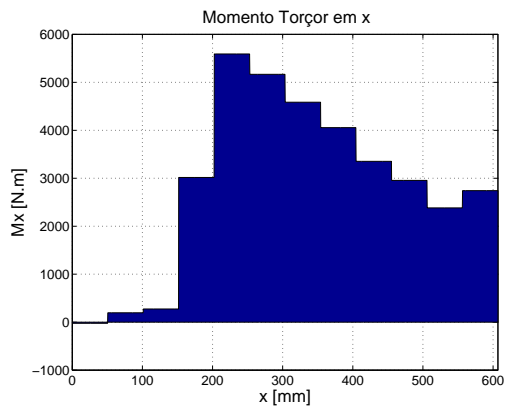


(a) Condição de carga máxima.

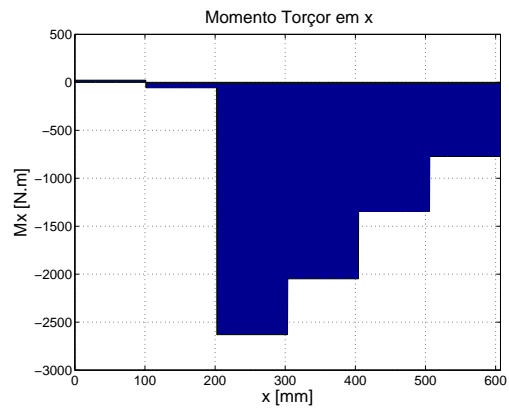


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.35: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima potência e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso A.

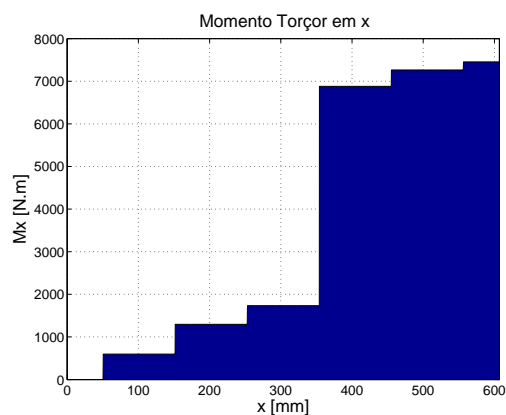


(a) Condição de carga máxima.

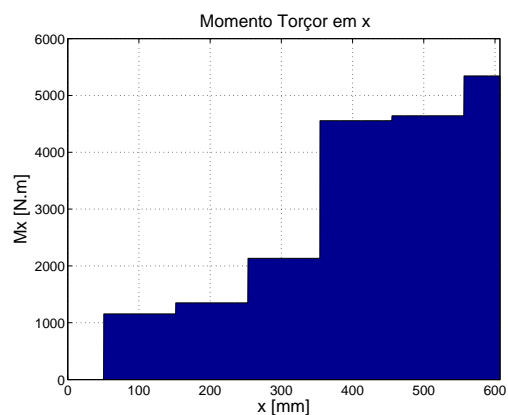


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.36: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima potência e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso B.

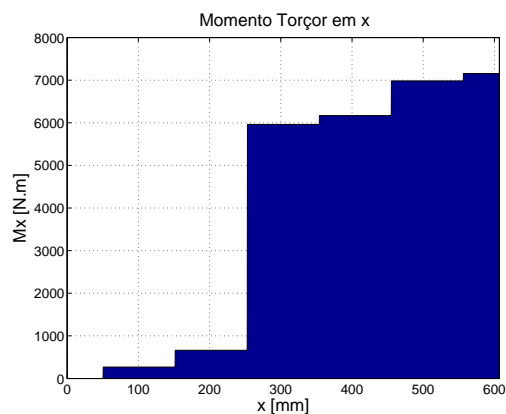


(a) Condição de carga máxima.

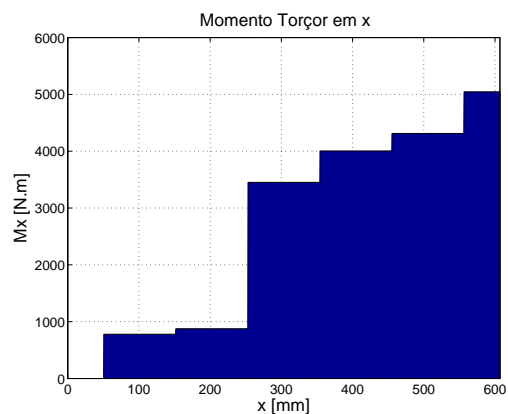


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.37: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima potência e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso C.

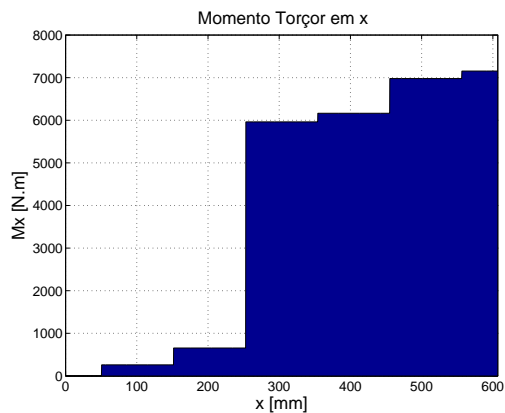


(a) Condição de carga máxima.

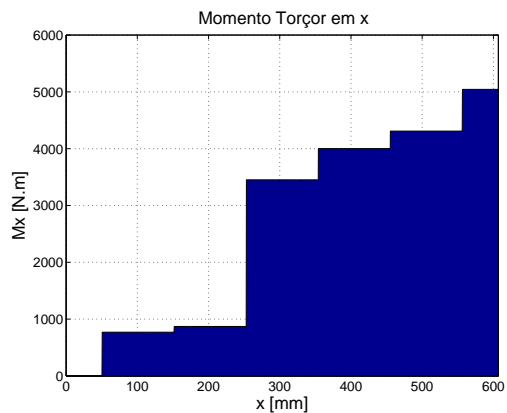


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.38: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima potência e ângulo crítico (com absorvedor de sintonia unitária) referentes ao Caso C.

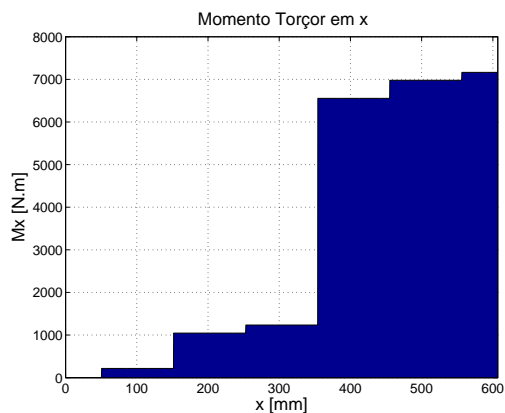


(a) Condição de carga máxima.

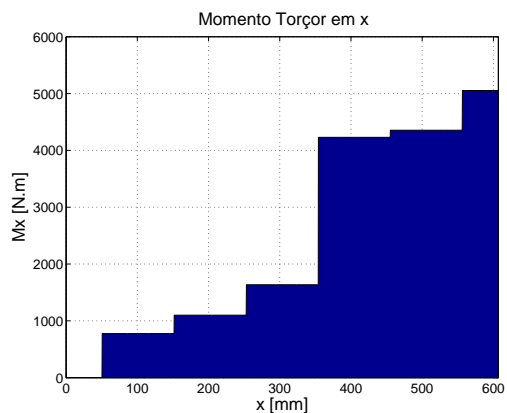


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.39: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima potência e ângulo crítico (com absorvedor de sintonia ótima) referentes ao Caso C.

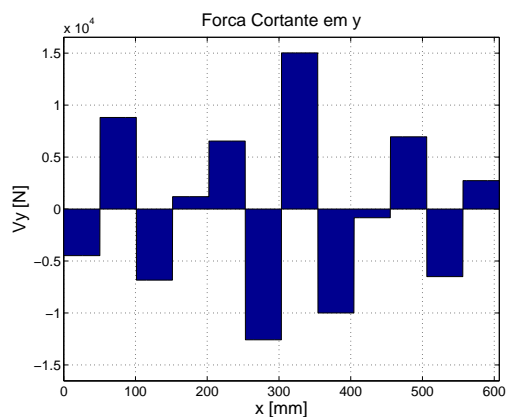


(a) Condição de carga máxima.

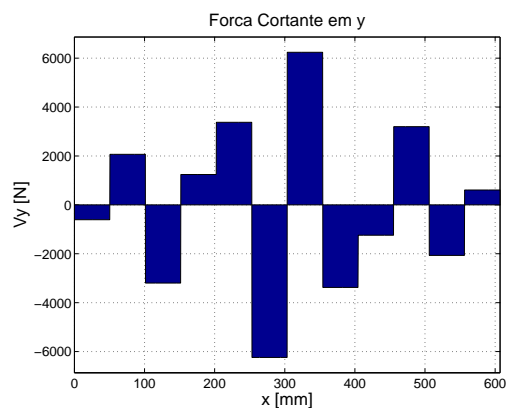


(b) Condição de carga mínima.

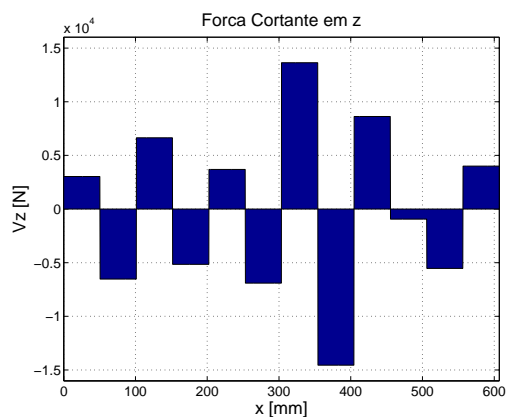
Figura C.40: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima potência e ângulo crítico (com absorvedor não sintonizado) referentes ao Caso C.



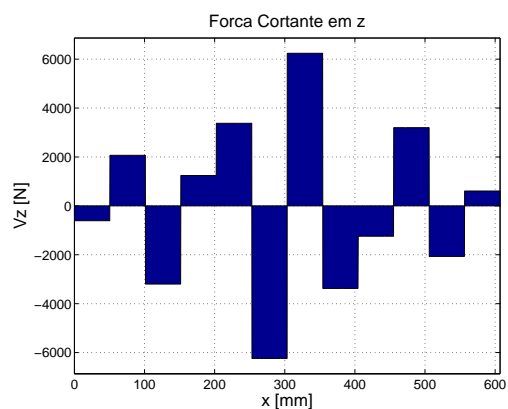
(a) Condição de carga máxima na direção y .



(b) Condição de carga mínima na direção y .

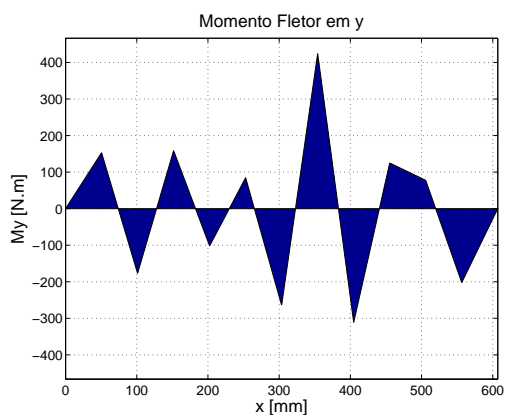


(c) Condição de carga máxima na direção z .

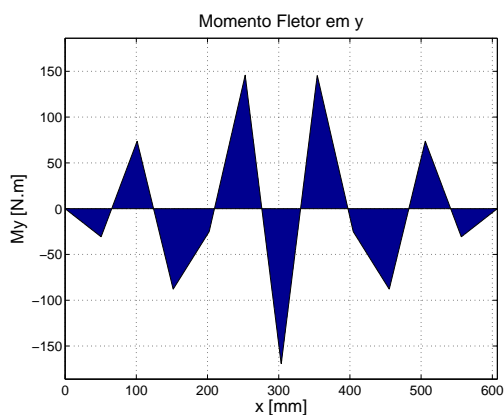


(d) Condição de carga mínima na direção z .

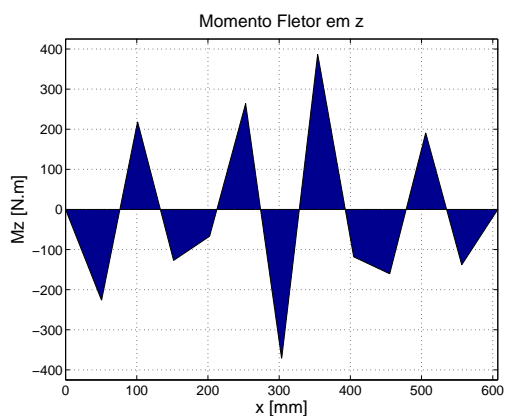
Figura C.41: Diagramas de esforços cortantes no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima rotação e ângulo crítico.



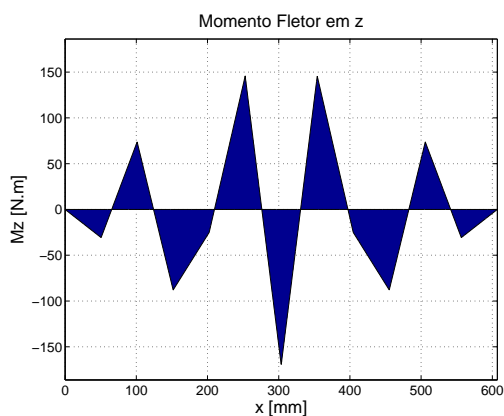
(a) Condição de carga máxima na direção y .



(b) Condição de carga mínima na direção y .

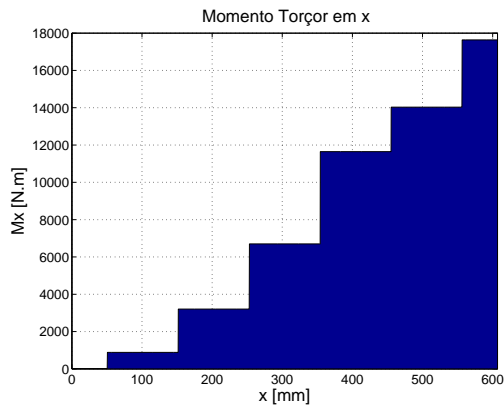


(c) Condição de carga máxima na direção z .

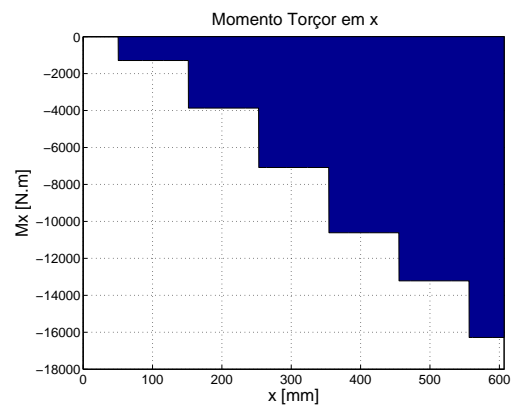


(d) Condição de carga mínima na direção z .

Figura C.42: Diagramas de momentos fletores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima rotação e ângulo crítico.

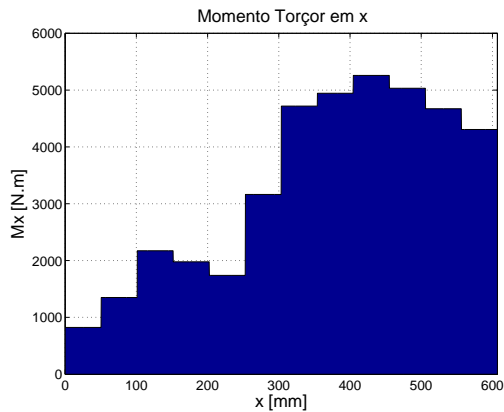


(a) Condição de carga máxima.

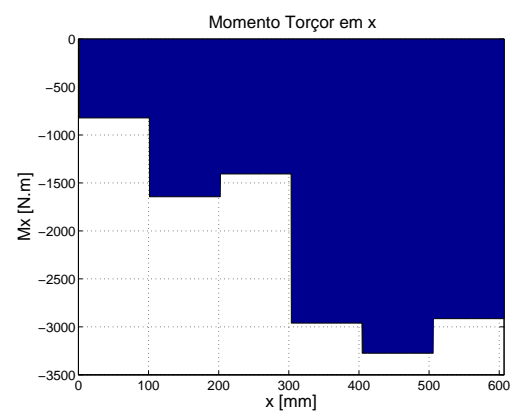


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.43: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima rotação e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso A.

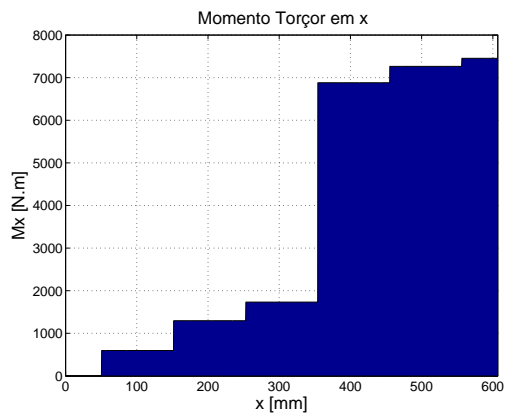


(a) Condição de carga máxima.

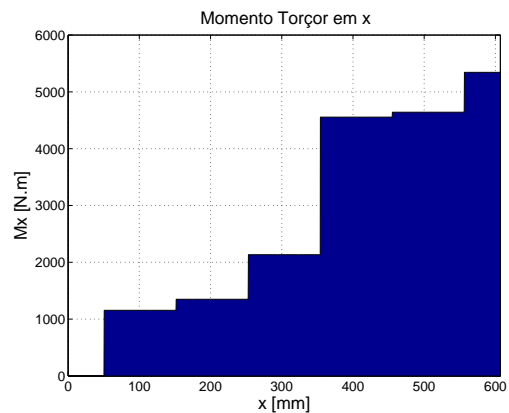


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.44: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima rotação e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso B.

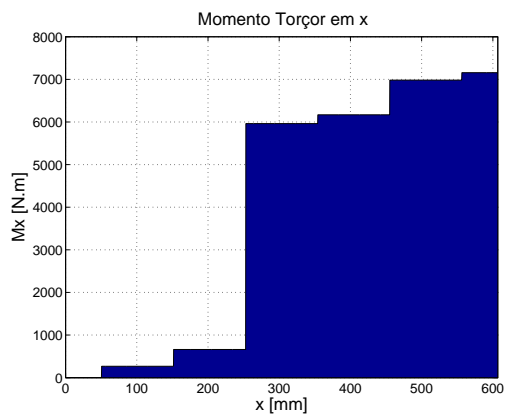


(a) Condição de carga máxima.

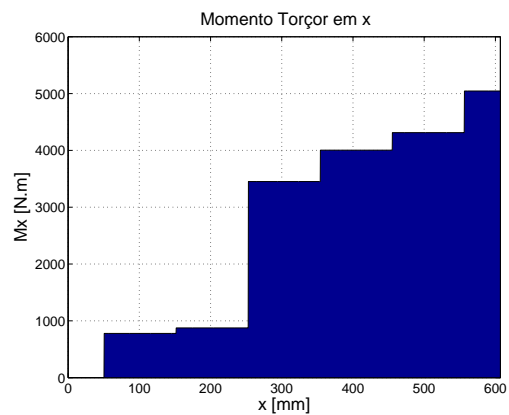


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.45: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima rotação e ângulo crítico (sem absorvedor de vibrações) referentes ao Caso C.

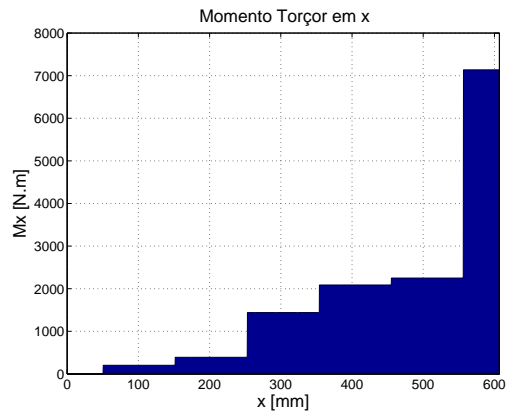


(a) Condição de carga máxima.

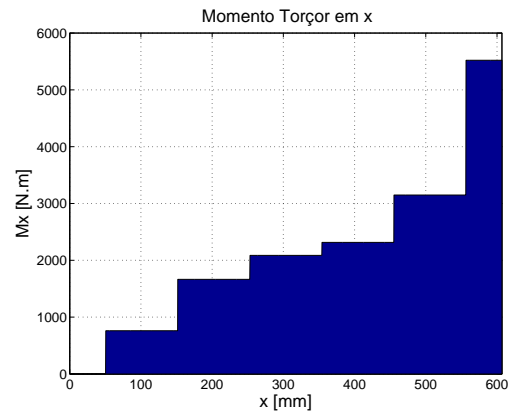


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.46: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima rotação e ângulo crítico (com absorvedor de sintonia unitária) referentes ao Caso C.

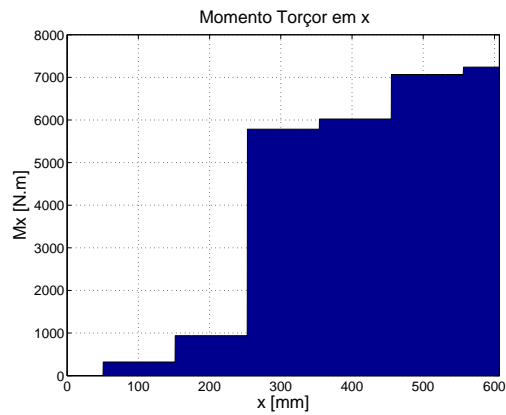


(a) Condição de carga máxima.

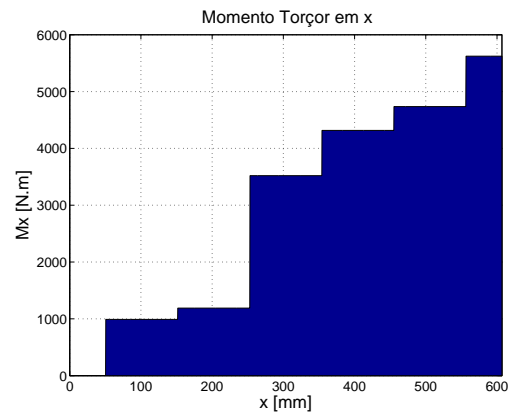


(b) Condição de carga mínima.

Figura C.47: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima rotação e ângulo crítico (com absorvedor de sintonia ótima) referentes ao Caso C.



(a) Condição de carga máxima.



(b) Condição de carga mínima.

Figura C.48: Diagramas de momentos torçores no eixo equivalente do virabrequim 6 cilindros para a condição de máxima rotação e ângulo crítico (com absorvedor não sintonizado) referentes ao Caso C.

